

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Ульяновский государственный технический университет

В. В. Ефимов

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ**
учебное пособие

Ульяновск 2019

УДК 658.362 (075)
ББК 65.9(2) – 823-21я7
Е 91

Рецензенты: доктор технических наук, профессор П.Н.Салов
доктор технических наук профессор В.В.Сальников

Ефимов В.В.

Е 91 Статистические методы в управлении качеством:
Учебное пособие./ В.В.Ефимов–Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 134 с.

ISBN 5 – 89146 – 350 - 0

Рассматриваются теоретические, методические и практические аспекты применения статистических методов в управлении качеством продукции и регулировании технологических процессов.

Пособие предназначено для студентов технических и экономических специальностей вузов. Оно также может быть использовано работниками предприятий, связанных с решением проблем повышения качества продукции и процессов.

УДК 658.362 (075)
ББК 65.9(2) – 823 – 21я7

ISBN 5 – 89146 – 350 - 0

© Ефимов В.В., 2003
© Оформление УлГТУ, 2003

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. РОЛЬ И МЕСТО СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ	6
1.1 Понятие о статистических методах качества	6
1.2 История развития статистических методов качества	9
2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ КАЧЕСТВА	12
2.1. Проверка статистических гипотез	12
2.1.1. Основные понятия о статистической гипотезе	12
2.1.2. Ошибки при проверке статистических гипотез	13
2.1.3. Проверка биномиальных гипотез	15
2.1.4. Критерий согласия χ^2 (хи – квадрат)	16
2.2. Факторный анализ	17
2.2.1. Основные понятия	17
2.2.2. Сущность факторного анализа	19
2.2.3. Дисперсионный анализ факторов	21
2.3. Статистические методы прогнозирования	22
2.3.1. Анализ временных рядов	24
2.3.2. Метод подвижного среднего	26
2.3.3. Метод экспоненциального сглаживания	29
2.3.4. Метод проецирования тренда	30
2.3.5. Казуальные методы прогнозирования	32
2.3.6. Качественные методы прогнозирования	32
2.4. Корреляционный и регрессионный анализ	33
2.4.1. Понятие о корреляционных связях	33
2.4.2. Определение уравнений регрессии	36
2.4.3. Определение коэффициента корреляции	41
2.5. Планирование многофакторного эксперимента	42
2.5.1. Основные понятия и определения	42
2.5.2. Выбор факторов, областей их варьирования и вида уравнений регрессии	43
2.5.3. Построение плана эксперимента	44
2.5.4. Полный факторный эксперимент	47
2.6. Анализ безотказности	48
2.6.1. Взаимосвязь качества и надежности. Виды отказов	48
2.6.2. Методы оценки надежности	49
2.6.3. Резервирование	53
2.6.4. Основные меры по обеспечению надежности	56
3. ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА	59
3.1. Задачи описательной статистики	59
3.2. Средства и методы описательной статистики	59

4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ	70
4.1. Обеспечение точности технологических процессов	70
4.2. Статистическое установление допуска	72
4.3. Оценка точности технологической системы (измерительный анализ)	80
4.4. Оценка качества технологических процессов (анализ возможности процесса)	83
4.5. Виды и методы статистического регулирования качества технологических процессов	88
4.6. Статистические методы регулирования качества технологических процессов при контроле по количественному признаку	90
4.7. Статистические методы регулирования технологических процессов при контроле по альтернативному признаку	96
4.8. Анализ причин несоответствия (брака) показателей качества процесса	100
5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ	115
5.1. Общие понятия о статистическом контроле качества	115
5.2. Уровни дефектности	117
5.3. Планы и оперативные характеристики планов выборочного контроля	119
5.4. Принципы применения стандарта на статистический приемочный контроль по альтернативному признаку	122
5.5. Статистический приемочный контроль по количественному признаку	
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	129
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ	130
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО КОНТРОЛЯ	132
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	135
ПРИЛОЖЕНИЯ	137

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших положений TQM является принятие решений на основе фактов. Совершенствование качества продукции и процессов требует скрупулезной работы персонала предприятия по выявлению причин дефектов (отклонений от документации) и их устранению. Для этого необходимо организовать поиск фактов, характеризующих несоответствия, в подавляющем большинстве которыми являются статистические данные, разработать методы анализа и обработки данных, выявить коренные причины дефектов и разработать мероприятия по их устранению с наименьшими затратами.

Проблемами сбора, обработки и анализа результатов производственной деятельности занимается математическая статистика, которая включает в себя большое количество не только известных методов, но и современных инструментов (как модно в последние годы называть методы) анализа и выявления дефектов. К таким методам можно отнести корреляционный и регрессионный анализы, проверку статистических гипотез, факторный анализ, анализ временных рядов, анализ безотказности и т. д.

Большое распространение в управлении качеством (под влиянием японских специалистов) получили семь простых методов, применение которых не требует высокой квалификации персонала и позволяет охватить анализ причины большинства возникающих на производстве дефектов. В настоящем пособии эти методы включены в различные разделы, исходя из целесообразности их применения.

Большое внимание уделяется практическому приложению математической статистики для решения конкретных производственных задач, особенно при анализе качества процессов.

Следует отметить, что с развитием научных систем управления качеством роль статистических методов в управлении качеством непрерывно возрастает. Именно широкое применение в производстве продукции статистических методов на первых этапах борьбы за качество (50-е годы) позволило японским предприятиям очень быстро выйти в лидеры мировой экономики.

Конкурентоспособность российских предприятий будет так же во многом зависеть от масштаба обучения персонала методам статистического управления качеством и их систематического применения на практике.

1. РОЛЬ И МЕСТО СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ

1.1. Понятие о статистических методах качества

Понятие «управление качеством» как наука возникло в конце 19-го столетия, с переходом промышленного производства на принципы разделения труда. Принцип разделения труда потребовал решения проблемы взаимозаменяемости и точности производства. До этого при ремесленном способе производстве продукции обеспечение точности готового продукта производилось по образцам или методами подгонки сопрягаемых деталей и узлов. Учитывая значительные вариации параметров процесса, становилось ясно, что нужен критерий качества производства продукции, позволяющий ограничить отклонения размеров при массовом изготовлении деталей.

В качестве такого критерия Ф.Тейлором были предложены интервалы, устанавливающие пределы отклонений параметров в виде нижних и верхних границ. Поле значений такого интервала стали называть **допуском** [12].

Установление допуска привело к противостоянию интересов конструкторов и производителей: одним ужесточение допуска обеспечивало повышение качества соединения элементов конструкции, другим – создавало сложности с созданием технологической системы, обеспечивающей требуемые значения вариаций процесса. Очевидно также, что при наличии разрешенных границ допуска у изготовителей не было мотивации «держат» показатели (параметры) изделия как можно ближе к номинальному значению параметра, это приводило к выходу значений параметра за пределы допуска.

В тоже время (начало 20-х годов прошлого столетия) некоторых специалистов в промышленности заинтересовало, можно ли предсказать выход параметра за пределы допуска. И они стали уделять основное внимание не самому факту брака продукции, а поведению технологического процесса, в результате которого возникает этот брак или отклонение параметра от установленного допуска. В результате исследования вариабельности технологических процессов появились статистические методы управления процессами. Родоначальником этих методов был В.Шухарт.

Одновременно с этим большое внимание уделялось разработке теории выборочного контроля продукции. Первые работы в этой области появились в конце 20-х годов в США, автором их был Г.Додж, ставший впоследствии известным американским ученым.

С момента зарождения статистических методов контроля качества специалисты понимали, что качество продукции формируется в результате сложных процессов, на результативность которых оказывают влияние множество материальных факторов и ошибки работников. Поэтому для обеспе-

чения требуемого уровня качества нужно уметь управлять всеми влияющими факторами, определять возможные варианты реализации качества, научиться его прогнозировать и оценивать потребность объектов того или иного качества.

В послевоенное время и в США, и в Европе появились национальные стандарты по качеству. Центральная роль в разработке нормативных документов в области качества принадлежит Международной организации по стандартизации (ISO). Начиная с 90-х годов, идеи теории вариаций, статистического управления процессами (SPC) овладели не только специалистами-математиками, но и стали неотъемлемыми инструментами менеджеров и работников служб качества.

Большой толчок дальнейшему развитию принципов управления качеством дал японский ученый Г. Тагути. Он предложил учитывать вариации свойств продукции на разных этапах ее разработки, что для менеджмента качества явилось революционной идеей. По Тагути нужно было установить те сочетания параметров изделий и процессов, которые приводили к минимуму вариаций процессов. Эти процессы, которые стали называть **робастными**, были устойчивы к вариациям входных параметров процессов.

Используемые в сегодняшней практике предприятий статистические методы можно подразделить на следующие категории:

- методы высокого уровня сложности, которые используются разработчиками систем управления предприятием или процессами. К ним относятся методы кластерного анализа, адаптивные робастные статистики и др.,
- методы специальные, которые используются при разработке операций технического контроля, планировании промышленных экспериментов, расчетах на точность и надежность и т.д.,
- методы общего назначения, в разработку которых большой вклад внесли японские специалисты. К ним относятся «Семь простых методов» (или «Семь инструментов качества»), включающие в себя контрольные листки; метод расслоения; графики; диаграммы Парето; диаграммы Исикавы; гистограммы; контрольные карты [7,15].

В настоящее время по статистическим методам имеется обширная литература и пакеты прикладных компьютерных программ, по разработке которых отечественные научные школы по теории вероятностей занимают ведущее место в мире [21].

В настоящей работе рассмотрено 15 наиболее распространенных статистических методов, изложенных или отдельно, или сгруппированных в функциональные разделы:

- 1) описательная статистика,
- 2) планирование экспериментов,
- 3) проверка гипотез,

- 4) регрессионный анализ,
- 5) корреляционный анализ,
- 6) выборочный контроль,
- 7) факторный анализ,
- 8) анализ временных рядов,
- 9) статистическое установление допуска,
- 10) анализ точности измерений,
- 11) статистический контроль процессов,
- 12) статистическое регулирование процессов,
- 13) анализ безотказности,
- 14) анализ причин несоответствий,
- 15) анализ возможностей процесса (гистограммы),

В табл. 1.1 приведены сферы использования статистических методов. Наименования граф соответствует номеру статистического метода из вышеперечисленных.

Таблица 1.1

Статистические методы, используемые при контроле качества

\	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
А	+					+		+				+			
Б						+				+			+	+	
В	+	+	+	+	+	+	+		+				+		
Г	+		+			+	+								
Д													+		
Е	+	+				+	+	+	+		+	+	+		+
Ж	+					+							+		
З	+		+			+	+	+				+			
И				+	+										
К						+									
Л	+								+			+	+		+
М	+			+	+	+						+	+		+

Буквенная индексация строк соответствует следующим элементам системы качества по стандарту ISO 9001-94:

- А – ответственность руководства,
- Б – анализ контракта,
- В – проектирование,
- Г – закупки,
- Д – идентификация продукции и прослеживаемость,
- Е – управление процессами,

- Ж – контроль и испытания,
- З – контрольное, измерительное и испытательное оборудование,
- И – действия с несоответствующей продукцией,
- К – регистрация данных,
- Л – внутренние проверки качества,
- М – подготовка кадров.

1.2. История развития статистических методов качества

Первое восприятие статистических методов качества в виде выборки имеет многовековую историю. Еще несколько столетий тому назад покупатели зерна и хлопка проверяли свойства товара, прокалывая мешки с зерном или хлопком, чтобы взять пробу. Можно допустить, что в те времена не было научного расчета взятия проб, и следует предположить, что это было делом опыта, как продавцов, так и покупателей товара.

До тех пор пока ремесленник совмещал в себе функции и производителя, и контролера (до середины 19-го века), не было проблем с оценкой качества изготовленной продукции. Все изменилось с появлением разделения труда. Рабочие первых фабричных мануфактур, способные выполнять простые операции процесса, не могли отвечать за качество своего труда, и тем более за качество готовой продукции. Введение должности контролера привело к необходимости нормирования функций контроля и со временем потребовало разработки научного подхода к оценке качества продукции. Стремление к производству высококачественной продукции привело к гипертрофированному раздуванию на промышленных предприятиях контрольного аппарата.

Применение статистических методов контроля качества труда произошло еще позже – в первой четверти 20-го века. Именно внедрение статистических методов позволило значительно сократить трудоемкость операций контроля и значительно снизить численность инспекторов (контролеров). Первое применение научных методов статистического контроля было зафиксировано в 1924 году, когда В.Шухарт использовал для определения доли брака продукции контрольные карты.

Вальтер Э. Шухарт с 1918 года работал инженером фирмы «Western Electric» (США) [20]. В 1925 году она была преобразована в фирму «Bell Telephone Laboratories». Шухарт проработал в ней до 1956 года (до выхода на пенсию). Основные его разработки в области статистического контроля внедрялись в первую очередь на этой фирме. В.Шухарт переключил внимание с допускового подхода к управлению качеством на подход, направленный на обеспечение стабильности процессов и уменьшение их вариаций. Его идеи до настоящего времени сохраняют актуальность. Кроме того, Шухарт высказал идею непрерывного улучшения качества, предложив цикл непрерывного

улучшения процессов, носящий сегодня название «Цикла Шухарта – Деминга». В последние годы этот цикл получил дальнейшее развитие под воздействием Деминга и стал использоваться как инструмент командной работы по улучшению качества.

Одновременно с Шухартом, в той же фирме в середине 20-х годов инженером Г.Ф.Доджем была предложена теория приемочного контроля, получившая вскоре мировую известность. Основы этой теории были изложены в 1944 году в его совместной с Х.Г.Поллингом работе «Sampling Inspection Tables – Single and Double Sampling».

Большой вклад в систему обеспечения качества контроля в середине 20-го века внесли американские ученые Д.Нойман, Э.Пирсон, Е.Фишер. Среди их разработок наибольшую известность получила теория проверки статистических гипотез. Можно отметить, что сегодня без знания теории ошибок первого и второго рода невозможна рациональная оценка выбранного метода статистического контроля [12].

Во время второй мировой войны нехватка ресурсов заставила искать новые методы контроля с возможно малым числом проверяемых изделий, особенно при разрушающем контроле. В 40-х годах 20-го столетия А.Вальд (США) разработал теорию последовательного анализа и статистическую теорию принятия решений. Применение теории последовательного анализа было настолько эффективно (расходы на контроль при прежней вероятности ошибок снижаются до 60% по сравнению с традиционными методами), что в США она была объявлена секретным документом и опубликована только после окончания войны.

Большое влияние на становление статистических методов контроля, как философии качества, оказал Эдвард Деминг (США). В начале 50-х годов Деминг проводил широкомасштабное обучение японских специалистов новым методам обеспечения качества, особое внимание при этом обращая на статистические методы управления качеством. Его деятельность была настолько успешной, что уже в 60-х годах американцам пришлось уступить японским фирмам значительную часть рынков сбыта, в том числе и в самих США.

Американское научное влияние на совершенствование систем обеспечения качества привело к созданию японской научной школы в области качества, среди представителей которых следует, прежде всего, отметить К.Исикаву и Г. Тагути, внесших большой вклад в развитие статистических методов в управлении качеством. Так Каору Исикава впервые в мировой практике предложил оригинальный графический метод анализа причинно-следственных связей, получивший название «диаграммы Исикава». Сегодня практически невозможно найти такую область деятельности по решению проблем качества, где бы ни применялась диаграмма Исикавы.

Генити Тагути – известный во второй половине 20-го века японский специалист в области статистики. Он развивает идеи математической статистики, относящиеся, в частности, к статистическим методам планирования эксперимента и контроля качества. Тагути впервые соединил математической зависимостью экономические затраты и качество, введя понятие **функции потерь качества**. Он первым показал, что потери качества имеют место и в поле допуска – они появляются с момента несовпадения номинального, заданного технической документацией, значения параметра и значения исследуемой случайной величины. Заслуга Тагути также в том, что он сумел найти сравнительно простые аргументы и приемы, которые сделали робастное планирование эксперимента в области обеспечения качества реальностью. На наш взгляд, невнимание к методам Тагути – одна из причин серьезного отставания российских предприятий в области совершенствования качества процессов и продукции.

Внесли свой научный вклад в развитие статистических методов и советские ученые: В.И. Романовский, Е.Е.Слущкий, Н.В.Смирнов, Ю.В.Линник и др. Так, например, Смирнов заложил основы теории непараметрических рядов, а Слущкий опубликовал несколько важных работ по статистике связанных стационарных рядов. Особенно интенсивно в СССР разрабатывались статистические методы исследования и контроля качества в массовом производстве, методы планирования эксперимента (Ю.П.Адлер и др.).

В 50-70-х годах прошлого столетия на ряде предприятий оборонного комплекса СССР активно проводились (под влиянием японского опыта по повышению качества) работы по внедрению систем управления качеством (в Саратове – БИП, в Горьком – КАНАРСПИ, в Ярославле – НОРМ, во Львове – КСУКП и др.), в которых статистические методы в области приемочного контроля и регулирования технологических процессов занимали важное место в предупреждении дефектов продукции.

В последние годы можно отметить работы российского ученого в области качества В.А.Лapidуса. Им опубликован ряд трудов по теории и практике управления качеством с учетом вариаций и неопределенности, в которых изложен «принцип распределения приоритетов», позволяющий оптимально выстроить отношения поставщика и потребителя с позиции обеспечения качества. Ему же принадлежит новый подход к управлению качеством, названный «гибким методом статистического управления», который математически опирается на теорию нечетких множеств.

И все же можно отметить определенный застой российской научной школы математической статистики, связанный, вероятно, с отсутствием (надеюсь, что временным) спроса экономики на научный заказ по применению новых статистических методов обеспечения качества продукции.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ КАЧЕСТВА

2.1. Проверка статистических гипотез

2.1.1. Основные понятия о статистической гипотезе

Полученные в экспериментах выборочные данные всегда ограничены и носят в значительной степени случайный характер. Именно поэтому для анализа таких данных и используется математическая статистика, позволяющая обобщать закономерности, полученные на выборке, и распространять их на всю генеральную совокупность.

Однако, в связи с действием случайных причин, оценка параметров генеральной совокупности, сделанная на основании экспериментальных (выборочных) данных, всегда будет сопровождаться погрешностью, и поэтому подобного рода оценка должна рассматриваться как предположительное, а не как окончательное утверждение. Подобные предположения о свойствах и параметрах генеральной совокупности носят название **статистических гипотез** [6,27].

Сущность проверки статистической гипотезы заключается в том, чтобы установить, согласуются ли экспериментальные данные и выдвинутая гипотеза, допустимо ли отнести расхождение между гипотезой и результатом статистического анализа экспериментальных данных за счет случайных причин?

Рассмотрим простой **пример**. Подбросим монету 10 раз. Если монета не имеет дефектов формы, то количество выпадений герба и цифры должно быть примерно одинаковым. Таким образом, возможны гипотезы:

- монета правильная и частота выпадений герба и цифры примерно одинакова,
- монета деформирована и чаще выпадает герб,
- монета деформирована и чаще выпадает цифра.

Но нам надо выразить понятия «правильная» или «деформированная» монета в математических параметрах. В качестве параметра выбираем вероятность P выпадения герба. Тогда приведенные выше гипотезы можно записать (в порядке упоминания) так:

- $P = \frac{1}{2}$,
- $P > \frac{1}{2}$,
- $P < \frac{1}{2}$.

При проведении эксперимента надо ответить на вопрос, какая же из приведенных гипотез верна?

При проверке статистических гипотез используется два понятия: нулевая гипотеза (ее обозначают H_0) и альтернативная гипотеза (обозначение H_1). Как

правило, принято считать, что нулевая гипотеза H_0 – это гипотеза о сходстве, а альтернативная H_1 – гипотеза о различии. Таким образом, принятие нулевой гипотезы свидетельствует об отсутствии различий, а альтернативной – о наличии различий.

Для нашего примера в качестве нулевой (будем называть ее основной) гипотезы H_0 принимаем – монета правильная, а качестве альтернативной гипотезы H_1 – монета деформированная. Альтернативных гипотез может быть несколько. В нашем случае их две (больше и меньше $1/2$).

2.1.2. Ошибки при проверке статистических гипотез

Обозначим через N множество всевозможных результатов наблюдений (выборок) m . Выделим в N область n , исходя из следующих соображений: если гипотеза H_0 верна, то наступление события $m \in n$ маловероятно. Это записывается так:

$$P \{ m \in n / H_0 \} = \alpha ,$$

где α – малое число, близкое к нулю.

Иными словами, вероятность P события $m \in n$ при условии, что верна гипотеза H_0 , равна α . Если это событие все же произошло, то гипотеза H_0 отвергается. При этом сохраняется небольшая вероятность (учитывая, что α мало, но не равно нулю), что гипотеза H_0 отвергается, хотя она верна. Такая ошибка называется **ошибкой первого рода**. Ее вероятность равна α .

Возможна и **ошибка второго рода** β , которая состоит в том, что гипотеза H_0 принимается, хотя она неверна, а верна альтернативная гипотеза H_1 .

$$P \{ m \in n / H_1 \} = \beta .$$

Разберем порядок проверки статистических гипотез на **примере**. Допустим, что проводится приемочный контроль партии продукции. Известно, что в партии могут содержаться дефектные изделия. Поставщик полагает, что доля дефектных изделий составляет не более 3%, а заказчик считает, что качество изготовления изделий низкое и доля дефектных изделий значительна и составляет 20%. Между поставщиком и заказчиком достигнута следующая договоренность: партия продукции принимается, если в выборке из 10 изделий будет обнаружено не более одного дефектного изделия.

Требуется в процессе решения примера сформулировать:

- нулевую (основную) и альтернативную гипотезы,
- определить критическую область и область принятия нулевой гипотезы,
- определить, в чем состоят ошибки первого и второго рода, и найти их вероятность.

Если смотреть на ситуацию с точки зрения заказчика (потребителя), учитывая, что заказчик всегда прав, то нулевой гипотезой H_0 следует принять гипотезу, что продукция содержит 20% брака. Альтернативная гипотеза H_1 соответствует версии поставщика – 3% брака.

Поскольку отбирается 10 изделий, то множество возможных результатов (наличие дефектного изделия) составит $N = (0,1,2,3...10)$, так как в выборке может оказаться и 0, и 10 дефектных изделий. По условиям поставок, принятым и заказчиком, и поставщиком, гипотеза заказчика H_0 считается:

- отвергнутой, если число дефектов находится в области $n = \{0,1\}$;
- принятой, если число дефектов находится в области $n = \{2,3,4...10\}$.

Область результатов выборки, при попадании в которую принятая гипотеза отвергается, называется **критической**. В нашем случае это – область $n = \{0,1\}$.

Напомним, что ошибка первого рода возникает тогда, когда гипотеза H_0 отвергается, хотя она верна. Для нашего примера это означает, что партия изделий принимается (закупается), хотя в ней 20% дефектных изделий. Ошибка второго рода для нашего примера возникает тогда, когда нулевая гипотеза принимается (т.е. партия бракуется), в то время как верна альтернативная гипотеза (дефектных изделий всего 3%). Найдем вероятность этих ошибок.

Сначала заметим, что число дефектных изделий m является биномиальной, случайной величиной. Если допустить, что гипотеза H_0 верна то в выборке $N=10$ этому соответствует 2 случая: $m=0$ и $m=1$. Тогда биномиальная величина имеет вид $B_i(10;2)$. Найдем вероятность каждого из двух событий:

$$P(m=0) = (0,8)^{10} = 0,107,$$

$$P(m=1) = 10 \cdot (0,8)^9 \cdot 0,2 = 0,268.$$

Тогда ошибка первого рода α будет равна сумме этих вероятностей:

$$\alpha = P(m \leq 1) = P(m=0/H_0) + P(m=1/H_0) = 0,375.$$

Если верна гипотеза H_1 , то вероятность выбрать дефектное изделие составляет по условию примера 0,03 (3%). Ошибка второго рода произойдет, если из 10 изделий в выборке окажутся дефектных 2 и более. В этом случае биномиальная величина имеет вид $B_i(10;0,03)$. Тогда для событий $m \leq 1$ вероятность составит:

$$P(m=0) = (0,97)^{10} = 0,737,$$

$$P(m=1) = 10 \cdot (0,97)^9 \cdot 0,03 = 0,228.$$

Таким образом, вероятность альтернативных событий ($m > 1$) составит величину ошибки второго рода β :

$$\begin{aligned} \beta = P(m > 1/H_1) &= 1 - P(m \leq 1/H_1) = 1 - P(m=0/H_1) - P(m=1/H_1) = \\ &= 1 - 0,737 - 0,228 = 0,035. \end{aligned}$$

Из сравнения ошибок α и β можно заключить, что оговоренная процедура по приему партии выгодна скорее поставщику, чем потребителю (заказчику).

2.1.3. Проверка биномиальных гипотез

Разберем проверку биномиальных гипотез на **примере**.

Допустим, что на производственной линии, выпускающей определенные изделия, доля засоренности (брака) составляет 5%. Было предложено усовершенствование, призванное снизить долю брака. После переналадки линии было проведено ее испытание, при котором из 300 выпущенных изделий забраковано 9. Требуется выяснить, можно ли на уровне 1% значимости считать, что качество продукции после усовершенствования линии выше, чем до?

Решение. Принимаем в качестве нулевой гипотезы H_0 , что линия и после усовершенствования выпускает изделия с браком 5%:

$$H_0 : p = 0,05.$$

Альтернативная гипотеза H_1 заключается в том, что процент брака снизился:

$$H_1 : p < 0,05.$$

Альтернативная гипотеза, при которой вероятность события p/H_1 меньше, чем вероятность p при нулевой гипотезе, называется *левосторонней*, и наоборот, если $p/H_1 > p/H_0$, то гипотеза называется *правосторонней*.

Напомним, что уровень значимости α – это вероятность отвергнуть нулевую гипотезу при условии, что она верна.

Таким образом, имеем

$$\alpha = 0,01 \text{ и } N = 300 \text{ изделий.}$$

Число бракованных изделий d в этой выборке может быть от 0 до 300:

$$d = \{0, 1, 2, 3 \dots 300\}.$$

Величина d является биномиальной величиной и записывается в виде

$$d = B_i(N; p/H_0) = B_i(300; 0,05).$$

Биномиальная величина d может быть выражена формулой (2.1):

$$d = B_i(N; p/H_0) = N \left(N \cdot p/H_0; \sqrt{N \cdot p/H_0 \cdot (1 - p/H_0)} \right) = N(\mu; \sigma), \quad (2.1)$$

где $\mu = N \cdot p/H_0$ – математическое ожидание, а

$$\sigma = \sqrt{N \cdot p/H_0 \cdot (1 - p/H_0)} \text{ – среднее квадратическое отклонение нор-}$$

мального распределения [27].

Подставляя в формулу (2.1) значения N и p/H_0 , получим

$$d = B_i(300; 0,05) = N(300 \cdot 0,05; \sqrt{300 \cdot 0,05 \cdot 0,95}) = N(15; 3,8).$$

В этой формуле $\mu = 15$, а $\sigma = 3,8$.

Найдем левостороннюю границу критической области $X_{\text{лев}}$ (рис. 2.1) по формуле

$$X_{\text{лев}} = \mu - \sigma \cdot u_{1-2\alpha},$$

где $u_{1-2\alpha}$ – решение уравнения $2\Phi(u_{1-2\alpha}) = 1 - 2\alpha$.

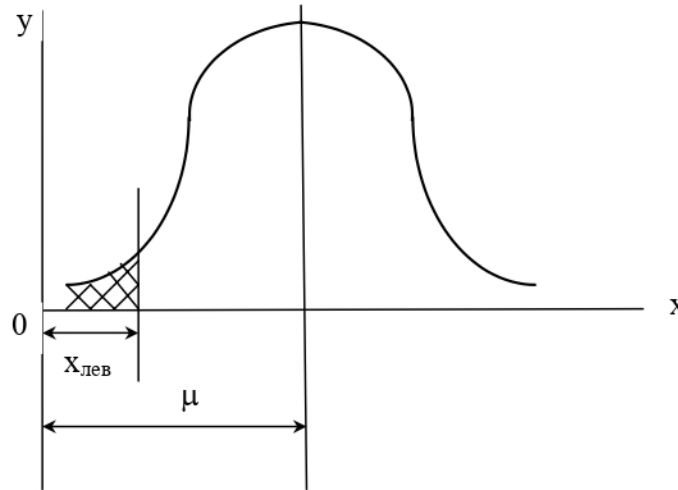


Рис.2. 1. Критическая область левосторонней гипотезы

Учитывая, что $\alpha = 0,01$, то $1 - 2\alpha = 0,98$. В соответствии с Приложением П1 получим $u_{0,98} = 2,3$. Тогда

$$X_{\text{лев}} = 15 - 3,8 \cdot 2,3 = 6,26 \approx 6.$$

Таким образом, критическая область S соответствует границам:

$$S = \{0, 1, 2 \dots 6\}.$$

Тогда область принятия гипотезы H_0 соответствует границам $\{7, 8 \dots 300\}$.

Учитывая, что количество бракованных изделий в исследуемой выборке (9 единиц) попадает в область принятия гипотезы H_0 , то можно сделать вывод, что имеющиеся данные не дают оснований считать, что качество продукции в результате усовершенствования линии улучшилось.

2.1.4. Критерий согласия χ^2 (хи – квадрат)

При проверке биномиальных гипотез требовалось проверить гипотезу о равенстве неизвестной вероятности некоторому числу. То есть, речь шла об уточнении значения одного параметра – вероятности.

Иной характер имеет ситуация, когда требуется проверить гипотезу о равенстве определенным значениям нескольких вероятностей или закона распределения в целом.

В этих случаях применяется критерий согласия χ^2 , который выражается следующей формулой [27]:

$$\chi^2 = \sum \frac{(m_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}, \quad (2.2)$$

где m_i – количество измерений i -го события,

p_i – вероятность i -го события,

r – число событий,

n – суммарное число измерений во всех событиях.

Если полученное значение критерия χ^2 больше критического значения $\chi_{кр}^2$ (см. таблицу Приложения П2), то нулевая гипотеза принимается.

Рассмотрим применение критерия согласия χ^2 на **примере**.

Допустим, что по одним и тем же чертежам выпускается изделие на разных предприятиях. Товар продается в одном магазине. За неделю продажи изделия первого предприятия купило 160 человек, второго предприятия – 225, третьего – 215. Определить, есть ли разница в качестве выпускаемого изделия.

Решение. За нулевую гипотезу H_0 принимаем равенство вероятностей p_i качества производства изделия

$$H_0 : p_1 = p_2 = p_3 = 1/3.$$

Вычислим по формуле (2.2) критерий согласия χ^2 при следующих данных: $r = 3$, $m_1 = 160$, $m_2 = 225$, $m_3 = 215$, $n = \sum m_i = 600$, $m_{ср} = n \cdot p_i = 600 \cdot 1/3 = 200$. Тогда

$$\chi^2 = \frac{(160 - 200)^2}{200} + \frac{(225 - 200)^2}{200} + \frac{(215 - 200)^2}{200} = 12,25.$$

Зададимся уровнем значимости события $\alpha = 0,01$. Теперь обратимся к таблице критических значений критерия согласия χ^2 (см. Приложение П2). При $k = r - 1 = 3 - 1 = 2$ и $\alpha = 0,01$ получим $\chi_{кр}^2 = 9,2$.

Таким образом, вычисленное по формуле (2.2) значение критерия согласия ($\chi^2 = 12,25$) больше, чем критическая граница принятия нулевой гипотезы ($\chi_{кр}^2 = 9,2$):

$$\chi^2 > \chi_{кр}^2,$$

что позволяет сделать следующий вывод: разница в качестве производства изделия разными предприятиями несущественна, и расхождения в числе продаж объясняются случайными причинами.

2.2. Факторный анализ

2.2.1. Основные понятия

Факторный анализ – статистический метод, используемый при обработке больших массивов экспериментальных данных. Цель факторного анализа: сократить число переменных (редукция данных) и определить структуру

взаимосвязей между ними. Можно также сказать, что в задачи факторного анализа входит структурная классификация переменных.

Важным отличием факторного анализа от других статистических методов является в том, что его нельзя применять для обработки первичных, или как говорят «сырых», экспериментальных данных, т.е. полученных непосредственно при обследовании испытуемого объекта [25].

Материалами для факторного анализа служат корреляционные связи, а точнее, коэффициенты корреляции Пирсона, которые вычисляются между переменными показателями (параметрами), включенными в обследование. Таким образом, факторному анализу подвергаются корреляционные матрицы, или, как их называют иначе, матрицы интеркорреляций. Наименования столбцов и строк в этих матрицах одинаковы, так как они представляют собой перечень переменных, включенных в анализ. Матрицы интеркорреляций всегда квадратные, т.е. число строк в них равно числу столбцов, и симметричные, т.е., на главной диагонали матрицы стоят одни и те же коэффициенты корреляции. В табл.2.1 приведен пример такой матрицы.

Таблица 2.1

\	А	Б	В	Г	Д
А	1,0	0,2	0,7	0	0,9
Б	0,2	1,0	0,1	0,9	0
В	0,7	0,1	1,0	0,6	0,4
Г	0	0,9	0,6	1,0	0,8
Д	0,9	0	0,4	0,8	1,0

Очевидно, что если коэффициент корреляции (r_{ik}) между какими-то показателями равен нулю, то эти показатели независимы друг от друга, при коэффициентах корреляции от 0,3 до 0,4 – слабая корреляция (зависимость), при $r_{ik} = 0,5 - 0,75$ – хорошая корреляция, при 0,8-0,95 – очень хорошая корреляция, при $r_{ik} = 1$ – зависимость детерминированная.

Следует отметить, что исходная таблица данных может состоять из любого числа строк и столбцов, но матрица интеркорреляций должна быть квадратной, так как и в столбцах, и в строках записываются одни и те же показатели.

Главное понятие факторного анализа – фактор. Это искусственный статистический показатель, возникающий в результате специальных преобразований таблицы коэффициентов корреляций. Процедура извлечения факторов из матрицы интеркорреляций называется факторизацией матрицы. В результате факторизации из корреляционной матрицы может быть извлечено разное количество факторов, но не превышающее числа показателей (строк или столбцов) матрицы. Однако факторы, выявляемые в результате факториза-

ции, как правило, неравноценны по своему значению. Элементы факторной матрицы – коэффициенты корреляции – часто называются «факторными нагрузками», или «факторными весами».

2.2.2. Сущность факторного анализа

Для того чтобы лучше усвоить сущность факторного анализа, разберем более подробно следующий пример.

При разработке нового автомобиля необходимо выработать потребительские требования к конструкции его дверей. Допустим, что при коллективной выработке потребительских требований к конструкции двери предполагаемого к выпуску автомобиля покупателями высказаны следующие требования:

- дверь должна легко открываться (T_1),
- дверь не должна пропускать пыли (T_2),
- дверь должна быть четко зафиксирована при ее полном открытии (T_3),
- дверь не должна пропускать дорожного шума (T_4),
- дверь должна легко закрываться, без сильного хлопка (T_5),
- дверь должна быть четко пригнана к кузову (T_6),
- дверь не должна ржаветь (T_7).

В реальной ситуации было высказано значительно большее число требований, но для примера приведенного количества потребительских требований достаточно. Нарисуем таблицу попарных корреляций r_{ik} (матрицу интеркорреляций) между потребительскими требованиями к дверям автомобиля (табл.2.2):

Таблица 2.2

\	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7
T_1	1,0	0,2	0,8	0,3	0,7	0,4	0
T_2	0,2	1,0	0	0,9	0,4	0,8	0,1
T_3	0,8	0	1,0	0	0,7	0,3	0
T_4	0,3	0,9	0	1,0	0,3	0,8	0
T_5	0,7	0,4	0,7	0,3	1,0	0,4	0,1
T_6	0,4	0,8	0,3	0,8	0,4	1,0	0,1
T_7	0	0,1	0	0,1	0,1	0,1	1,0

Коэффициенты корреляции отражают сродство между собой потребительских требований.

При анализе величин коэффициентов корреляции r_{ik} легко выделить группы требований, хорошо взаимоувязанных, т.е. имеющих общее предназначение, кроме самого понятия «двери». Назовем эти группы:

А – дверь должна быть удобна в эксплуатации (требования T_1, T_3, T_5),

Б – дверь должна быть герметична (требования T_2, T_4, T_6).

Очевидно, что требование T_7 (нержавеющий материал обшивки двери) – очень важное, но оно относится к материалу двери и имеет слабое отношения к **конструкции** двери. Скорее всего, это требование попадет в общие требования по автомобилю в следующем виде: металлическая обшивка автомобиля должна быть выполнена из нержавеющей материалов.

Таким образом, содержательный анализ всех требований показал, что шесть из них характеризуют два обобщенных требования: удобство в эксплуатации и герметичность. Назовем эти обобщенные требования факторами и применим к ним факторный анализ.

Представим в табл.2.3 эти два фактора А и Б в виде столбцов, а переменные (потребительские требования) - в виде строк. При этом каждому фактору в строке будет соответствовать среднее значение коэффициента корреляции соответствующих переменных по этому фактору. Как было отмечено выше, коэффициенты корреляции в факторной матрице (табл. 2.3) называются факторными нагрузками (весами).

Таблица 2.3

Переменная	Фактор А	Фактор Б
T_1	0,83	0,30
T_2	0,30	0,90
T_3	0,83	0,10
T_4	0,40	0,90
T_5	0,80	0,40
T_6	0,35	0,87
T_7	0	0,1

Как видно из табл.2.3, факторные нагрузки (или веса) А и Б для различных потребительских требований значительно отличаются. Факторная нагрузка А для требования T_1 соответствует тесноте связи, характеризующейся коэффициентом корреляции, равным 0,83. т.е. хорошая (тесная) зависимость. Факторная нагрузка Б для того же требования дает $r_k=0,3$, что соответствует слабой тесноте связи. Как и предполагалось, фактор Б очень хорошо коррелируется с потребительскими требованиями T_2, T_4 и T_6 .

Учитывая, что факторная нагрузка А, так же как и факторная нагрузка Б, влияют на не относящиеся в их группу потребительские требования с теснотой связи не более 0,4 (то есть слабо), то можно считать, что представленная выше матрица интеркорреляций (табл.2.2) определяется двумя независимыми факторами, которые в свою очередь определяют шесть потребительских требований (за исключением T_7).

Переменную T_7 можно было выделить в самостоятельный фактор, так как ни с одним потребительским требованием она не имеет значимой корреляционной нагрузки (более 0,4). Но, на наш взгляд, это не следует делать, так как фактор «дверь не должна ржаветь» не имеет непосредственного отношения к потребительским требованиям по **конструкции** двери.

Таким образом, при утверждении технического задания на проектирование конструкции дверей автомобиля именно названия полученных факторов будут вписаны как потребительские требования, по которым необходимо найти конструктивное решение в виде инженерных характеристик.

2.2.3. Дисперсионный анализ факторов

Укажем на одно принципиально важное свойство коэффициента корреляции между переменными: возведенный в квадрат он показывает, какая часть дисперсии (разброса) признака является общей для двух переменных. Или, говоря проще, насколько сильно эти переменные перекрываются. Так например, если две переменные T_1 и T_3 с корреляцией 0,8 перекрываются со степенью 0,64 (0,8 в квадрате), то это означает, что 64% дисперсии той и другой переменной являются общими, т.е. совпадают. Можно также сказать, что **общность** этих переменных равна 64%.

Напомним, что факторные нагрузки в факторной матрице (табл.2.3) являются тоже коэффициентами корреляции, но между факторами и переменными (потребительскими требованиями). Поэтому возведенная в квадрат факторная нагрузка (дисперсия) характеризует степень общности (или перекрытия) данной переменной и данного фактора. Определим степень перекрытия (дисперсию D) обоих факторов с переменной (потребительским требованием) T_1 . Для этого необходимо вычислить сумму квадратов весов факторов с первой переменной, т.е. $0,83 \cdot 0,83 + 0,3 \cdot 0,3 = 0,70$. Таким образом общность переменной T_1 с обоими факторами составляет 70%. Это достаточно значимое перекрытие.

В то же время, низкая общность может свидетельствовать о том, что переменная измеряет или отражает нечто, качественно отличающееся от других переменных, включенных в анализ. Это подразумевает, что данная переменная не совмещается с факторами по одной из причин: либо переменная измеряет другое понятие (как, например, переменная T_7), либо переменная имеет большую ошибку измерения, либо существуют искажающие дисперсию признаки.

Следует отметить, что значимость каждого фактора также определяется величиной дисперсии между переменными и факторной нагрузкой (весом). Для того чтобы вычислить собственное значение фактора, нужно найти в каждом столбце факторной матрицы (табл.2.3) сумму квадратов факторной на-

грузки для каждой переменной. Таким образом, например, дисперсия фактора А (D_A) составит $2,42 = 0,83 \cdot 0,83 + 0,3 \cdot 0,3 + 0,83 \cdot 0,83 + 0,4 \cdot 0,4 + 0,8 \cdot 0,8 + 0,35 \cdot 0,35$. Расчет значимости фактора Б показал, что $D_B = 2,64$, т.е. значимость фактора Б выше, чем фактора А.

Если собственное значение фактора разделить на число переменных (в нашем примере их 7), то полученная величина покажет, какую долю дисперсии (или объем информации) γ в исходной корреляционной матрице составит этот фактор. Для фактора А $\gamma = 0,34$ (34%), а для фактора Б – $\gamma = 0,38$ (38%). Просуммировав результаты, получим 72%. Таким образом, два фактора, будучи объединены, заполняют только 72% дисперсии показателей исходной матрицы. Это означает, что в результате факторизации часть информации в исходной матрице была принесена в жертву построения двухфакторной модели. В результате – упущено 28% информации, которая могла бы восстановиться, если бы была принята шестифакторная модель.

Где же допущена ошибка, учитывая, что все рассмотренные переменные, имеющие отношение к требованиям по конструкции двери, учтены? Наиболее вероятно, что значения коэффициентов корреляции переменных, относящихся к одному фактору, несколько занижены. С учетом проведенного анализа можно было бы вернуться к формированию иных значений коэффициентов корреляции в матрице интеркорреляций (таблица 2.2).

На практике часто сталкиваются с ситуацией, что число независимых факторов достаточно велико, чтобы их всех учесть в решении проблемы или с технической или экономической точки зрения. Существует ряд способов по ограничению числа факторов. Наиболее известный из них – анализ Парето. При этом отбираются те факторы (по мере уменьшения значимости), которые попадают в (80-85)% границу их суммарной значимости.

Факторный анализ можно использовать при реализации метода структурирования функции качества (QFD), широко применяемого за рубежом при формировании технического задания на новое изделие.

2.3. Статистические методы прогнозирования

Прогнозирование тех или иных событий в процессах жизненного цикла изделия неразрывно связано со временем [26, 27]. Учитывая, что невозможно точно предусмотреть условия и факторы, которые будут влиять на реализацию возможного события в будущем, прогнозирование является вероятностным процессом. Проблемы прогнозирования сопровождают весь период создания нового изделия. Среди них:

- прогноз характеристик рынка сбыта продукции,
- прогноз надежности узлов и конструкции изделия при его эксплуатации,

- прогноз стабильности системы производства продукции,
- прогноз стабильности качества комплектующих, сырья и материалов,
- прогноз продаж продукции и т. д.

Выбор методов прогнозирования зависит от многих факторов, в том числе от объема накопленных в прошлом данных, желаемой точности прогноза, времени и стоимости затрат на составление прогноза и др. Прогноз во времени различают на краткосрочный (до года), среднесрочный (до трех лет) и долгосрочный (более трех лет). Очевидно, что чем меньше промежуток времени, отделяющий настоящий момент от прогнозируемого, тем больше вероятность точного прогноза (рис. 2.2).

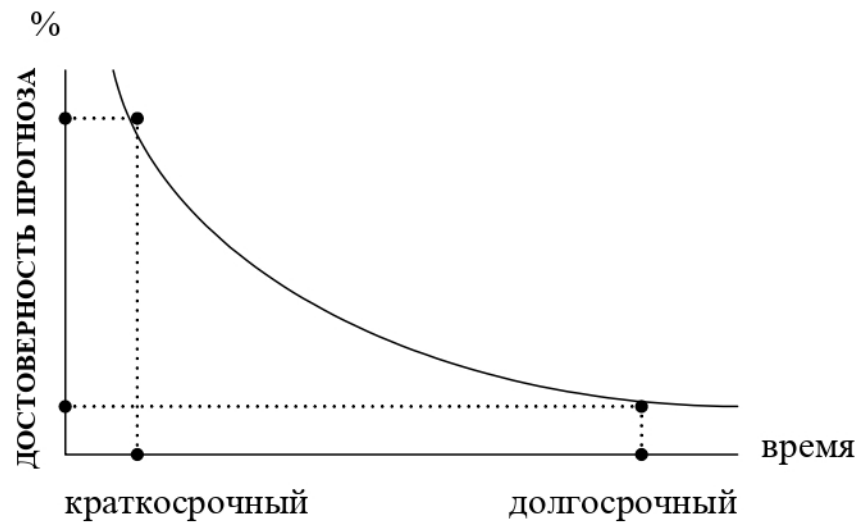


Рис. 2. 2. Зависимость достоверности прогноза от сроков прогнозирования

Многие методы прогнозирования требуют наличия значительного количества начальных данных и при их отсутствии просто не работают. Существующие методы составления прогнозов можно условно разделить на две группы: качественные и количественные (рис. 2.3) [27].

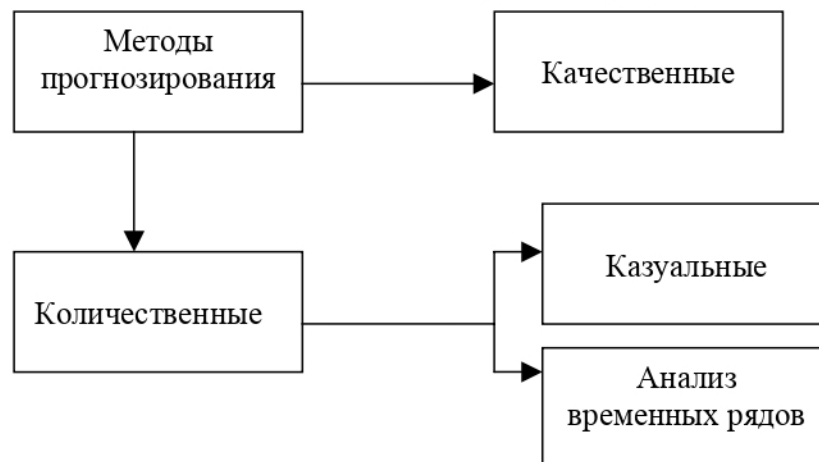


Рис. 2. 3. Классификация методов прогнозирования

Качественные (или экспертные) методы прогнозирования строятся на использовании мнения специалистов в соответствующих областях знаний.

Количественные методы основываются на обработке числовых массивов данных и делятся на казуальные (или причинно-следственные) и методы анализа временных рядов. Казуальные методы применяются в тех случаях, когда прогноз связан с большим числом взаимоувязанных факторов. Отыскание математических (уравнений или неравенств) и других зависимостей между ними и составляет суть казуального метода. Анализ временных (динамических или хронологических) рядов связан с оценкой последовательности значений отдельных показателей во времени. Например, прогноз объема продаж или цены продукции.

Одним из основных критериев, которым должны руководствоваться разработчики прогнозов при выборе соответствующего метода, является стоимость прогноза, слагаемая из затрат на его составление и цены ошибки прогноза. Вторая часть затрат зачастую бывает более чувствительной для бюджета предприятия.

2.3.1 Анализ временных рядов

Различают два вида временных рядов:

- моментные, когда значения рассматриваемого показателя $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ отнесены к определенным моментам времени $T(t_1, t_2, t_n)$, при $t_n > t_{n-1}$,
- интервальные, когда указаны соответствующие промежутки (интервалы) времени: $(t_0 - t_1), (t_1 - t_2) \dots (t_{n-1} - t_n)$.

Временные ряды часто задаются при помощи таблиц (см. табл. 2.4) или графика (рис. 2.4.):

Таблица 2.4

Момент времени	t_1	t_2	...	t_n
Значение показателя	x_1	x_2	...	x_n

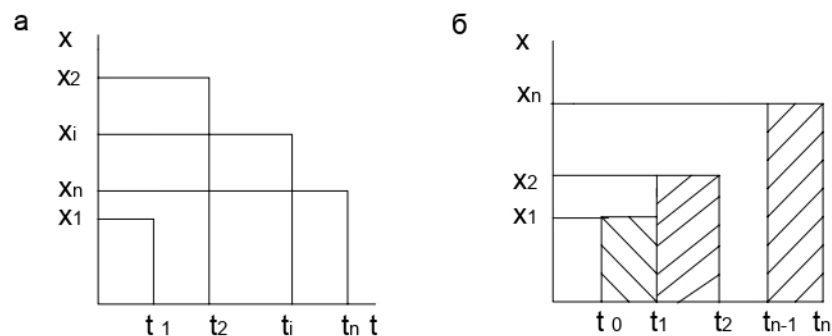


Рис. 2. 4. Моментные (а) и интервальные (б) временные ряды

В задачах прогнозирования временные ряды используются при наличии значительного количества реальных значений рассматриваемого показателя при условии, что наметившаяся в прошлом тенденция ясна и относительно стабильна. Анализ временного ряда позволяет предположить, что должно произойти при отсутствии вмешательства дополнительных факторов извне.

Развитие процессов реально наблюдаемых в жизни складываются из некоторой устойчивой тенденции (тренда) и некоторой случайной составляющей, выраженной в колебании значений показателя вокруг линии тренда (рис. 2.5). Кривые тренда сглаживают динамический ряд значений показателя, выделяя общую тенденцию. Именно выбор кривой тренда, сам по себе являющийся довольно трудной задачей, во многом определяет результаты прогнозирования.

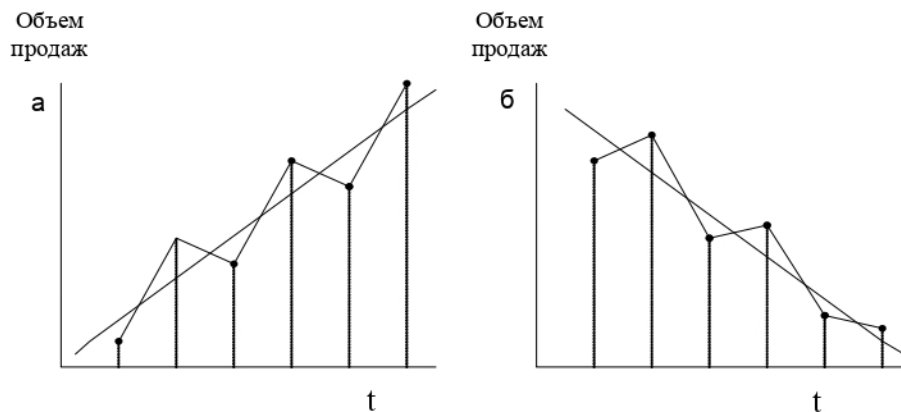


Рис. 2.5. Тендеры (тренды) продаж в начале (а) и в конце (б) жизненного цикла продукции

На тренд могут влиять также сезонные и циклические составляющие. Циклические составляющие отличаются от сезонных большей продолжительностью и непостоянностью амплитуды. Обычно сезонные составляющие измеряются неделями и днями, а циклические – годами и более. Для простоты изложения в дальнейшем циклические составляющие рассматриваться в данной работе не будут. Одновременно принимаем, что тренд характеризуется линейной зависимостью.

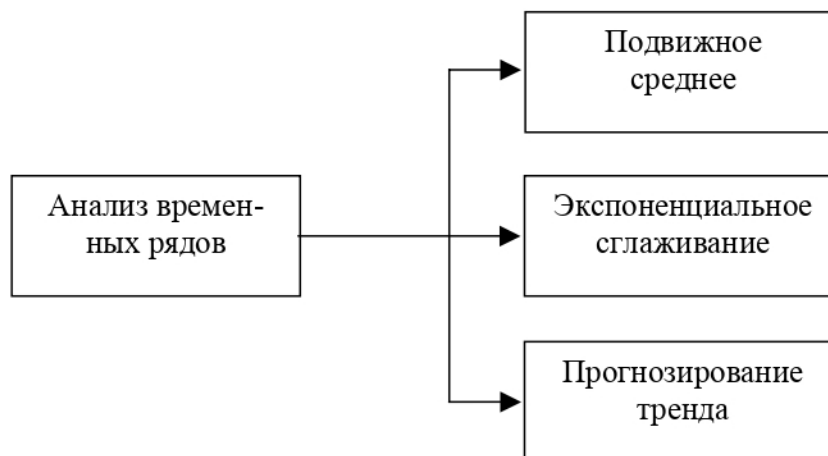


Рис. 2.6. Классификация методов анализа временных рядов

Рассмотрим на примерах три метода анализа временного ряда (рис. 2.6).

Пример. Допустим, что выявленные дефекты изготовления продукции в цехе описываются следующим временным рядом (табл.2.5):

Таблица 2.5

День недели и месяца	Число дефектов
3 апреля, понедельник	10
4 апреля, вторник	6
5 апреля, среда	5
6 апреля, четверг	11
7 апреля, пятница	9
8 апреля, суббота	8
9 апреля, воскресенье	7

Тот же временной ряд опишем короче (табл.2.6), в табличной форме, заменяя время порядковым номером дня (календарного или рабочего):

Таблица 2.6

t	1	2	3	4	5	6	7
x	10	6	5	11	9	8	7

2.3.2. Метод подвижного среднего

Этот метод разделяют на метод подвижного (скользящего) среднего и метод взвешенного (скользящего) среднего.

а) Метод подвижного (скользящего) среднего. Этот метод состоит в том, что расчет показателя на прогнозируемый момент времени строится путем усреднения значений этого показателя за несколько предшествующих дней.

Допустим, что у нас имеются данные показателя только за первые три дня. Вычислим прогнозируемое число дефектов на четвертый день недели (6 апреля, четверг). Для этого определим среднее значение числа дефектов за предшествующие три дня:

$$f_4 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{10 + 6 + 5}{3} = 7.$$

В общем случае расчетная формула прогноза выглядит следующим образом:

$$f_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{k-i}, \quad (2.3)$$

где x_{k-i} – реальное значение показателя в момент времени t_{k-i} ,

N – число предшествующих моментов времени,

f_k – прогноз на момент времени t_k .

Сделаем аналогичные прогнозы на каждый день до понедельника следующей недели и сведем данные в табл. 2.7:

Таблица 2.7

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x	10	6	5	11	9	8	7	-
f	-	-	-	7,0	7,3	8,3	9,3	8,0

Отразим полученные результаты также на графике (рис. 2.7).

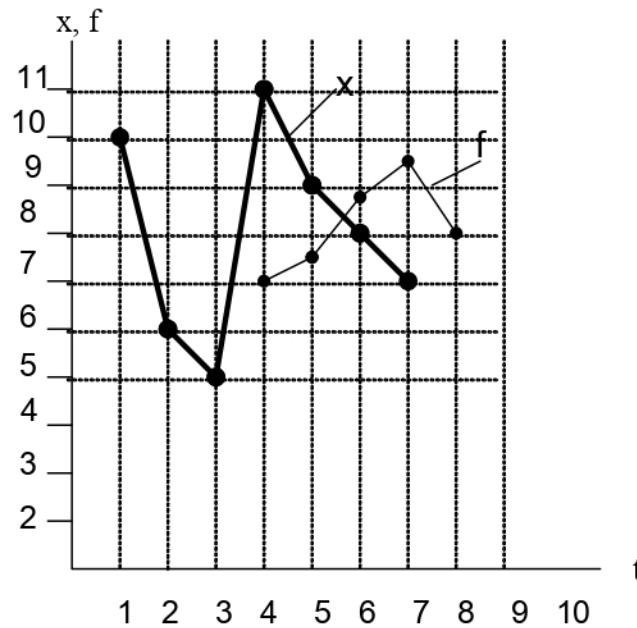


Рис. 2. 7. График временного ряда (x) и прогноза (f) по методу подвижного среднего

Оценим точность прогнозирования [26]. Любой отрезок динамического ряда, охваченный наблюдением, можно уподобить выборке. Увеличение или уменьшение длины ряда или плотности наблюдений в каждом временном интервале изменяет объем наблюдения и средние значения показателей.

Следовательно, значение «средней» для каждого отрезка ряда можно рассматривать как выборочную оценку некоторой «истинной» (генеральной) средней. С учетом этого можно определить погрешность и доверительные интервалы «выборочной» средней. Ее доверительные границы f_{\max} и f_{\min} при небольшом числе наблюдений будем оценивать с использованием распределения Стьюдента. Учитывая, что среднее значение x членов ряда, предшествующих моменту t_k , является значением прогноза f_k , уравнение для доверительных границ выборочного среднего будет иметь вид

$$f_{k\max / \min} = f_k \pm v_s \cdot s_x, \quad (2.4)$$

где v_s – табличное значение статистики Стьюдента с $(n - 1)$ степенями свободы и уровнем доверительной вероятности P ,

s_x – средняя квадратическая ошибка «средней» (прогноза).

$$\bar{s}_x = \frac{S_x}{\sqrt{n}}. \quad (2.5)$$

В свою очередь среднее квадратическое отклонение s_x выборки n равно:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum(x - x_i)^2}{n - 1}}. \quad (2.6)$$

Определим по приведенным уравнениям доверительные границы и погрешность прогноза \bar{s}_x числа дефектов на четверг 6 апреля.

Подставляя в уравнение (2.6) показатели первых трех моментов ряда, получим $\bar{s}_x = 2,64$. Из уравнения (2.5) при $n = 3$ имеем $\bar{s}_x = 1,52$.

Принимаем доверительную вероятность $P = 0,90$. Тогда $v_s = 1,9$. При этом по формуле (2.3) имеем:

$$f_{k \max} = 7 + 1,9 \cdot 1,52 = 9,9;$$

$$f_{k \min} = 4,1.$$

Как видно по рис. 2.7, при расчете прогноза по первым трем наблюдениям в приведенные интервалы не попал показатели числа дефектов, допущенных работниками цеха в понедельник 3 апреля и в четверг 6 апреля, что может быть связано с принятой нами в расчет низкой доверительной вероятностью наблюдений. Расчеты показывают, что верхняя граница прогноза в 11 дефектов может быть получена при доверительной вероятности $P = 0,94$.

б) Метод взвешенного (скользящего) среднего. При составлении прогноза методом усреднения часто приходится наблюдать, что степень влияния использованных при расчете реальных показателей оказывается неодинаковой, при этом обычно более «свежие» данные имеют больший вес.

Так, например, для нашего примера в предыдущем разделе а), практически невероятно, чтобы руководство цеха не предпринимало усилий по снижению дефектности изготавливаемых изделий. В этом случае последние данные динамического ряда носят более достоверную информацию о качестве продукции.

С учетом изложенного выше, введем в формулу (2.3) весовой показатель ξ_i :

$$f_k = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i \cdot x_{k-i}}{\sum \xi_{k-i}}. \quad (2.7)$$

Проведем численный расчет прогноза при условии, что вес сегодняшнего показателя равен 0,6, вчерашнего – 0,3, позавчерашнего – 0,1. Тогда по формуле (2.7) получим:

$$f_4 = \frac{10 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,6}{0,6 + 0,3 + 0,1} = 5,8.$$

Сведем в табл.2.8 результаты расчета прогнозов до 10 апреля:

Таблица 2.8

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x	10	6	5	11	9	8	7	-
f	-	-	-	5,8	8,7	9,2	8,6	7,5

Отразим полученные результаты на графике (рис. 2.8).

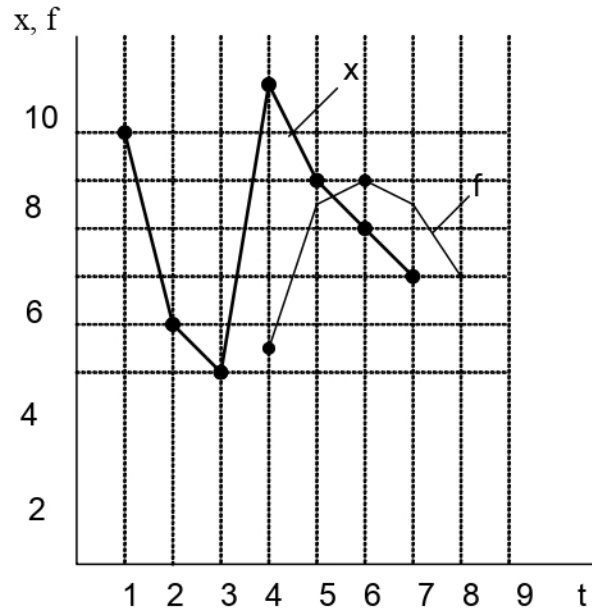


Рис. 2. 8. График временного ряда (x) и прогноза (f) по методу взвешенного среднего

2.3.3. Метод экспоненциального сглаживания

При расчете прогноза методом экспоненциального сглаживания учитываются отклонения предыдущего прогноза от реального показателя, а сам расчет проводится по следующей формуле:

$$f_k = f_{k-1} + \beta (x_{k-1} - f_{k-1}), \quad (2.8)$$

где β – постоянная сглаживания ($0 < \beta < 1$). Коэффициент β обычно выбирают методом проб и ошибок с учетом практической деятельности.

Допустим, что на первый день работы в цехе прогноз дефектов был равен 8. Тогда прогноз по каждому следующему дню от предшествующего можно сосчитать по формуле (2.8). Результаты расчета сводим в табл.2.9:

Таблица 2.9

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x	10	6	5	11	9	8	7	-
f	8	8,4	7,9	7,3	8,1	8,3	8,2	7,9

Отразим полученные результаты и на графике (рис. 2.9). Как видно из графика прогнозируемый тренд более сглажен, чем на рис. 2.8.

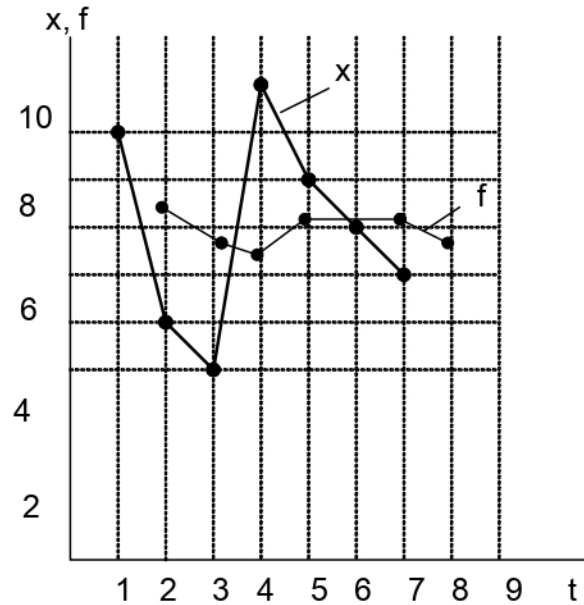


Рис. 2. 9. График временного ряда (x) и прогноз (f) по методу экспоненциального сглаживания

2.3.4. Метод проецирования тренда

Основной идеей этого метода является построение прямой, которая «в среднем» наименее уклоняется от массива точек (t, x) заданного временного ряда (рис. 2.10), описываемого уравнением

$$x = at + b, \quad (2.9)$$

где a, b – постоянные коэффициенты.

Расчет коэффициентов a и b ведется по методу наименьших квадратов. Т.е., решается система уравнений

$$a \cdot \sum_{i=1}^n t_i + b \cdot n = \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^2 + b \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n t_i x_i.$$

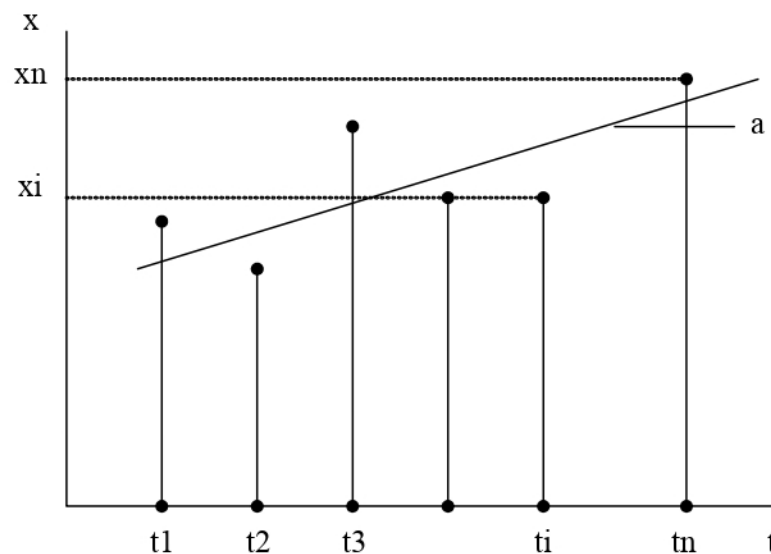


Рис. 2.10. Регрессионная тенденция тренда (a)

Эта система имеет единственное решение.

Допустим, что массив данных (t, x) , принятый ранее в пункте 2.3.1, сохраняется. Для расчета коэффициентов заполним таблицу расчетов (табл. 2.10).

Таблица 2.10

t_i	x_i	$t_i \cdot x_i$	t_i^2
1	10	10	1
2	6	12	4
3	5	15	9
4	11	44	16
5	9	45	25
6	8	48	36
7	7	49	49
$\Sigma = 28$	$\Sigma = 56$	$\Sigma = 233$	$\Sigma = 140$

Решение уравнений

$$28a + 7b = 56,$$

$$140a + 28b = 233$$

даст значение постоянных коэффициентов $a = -0,04$, $b = 8,14$.

Таким образом, уравнение (2.9), позволяющее дать прогноз количества дефектов в цехе на любой момент времени, принадлежащий динамическому ряду, является уравнением регрессии и имеет вид

$$x = -0,04t + 8,14.$$

Так, например, на восьмой день производства прогноз числа дефектных изделий составит

$$f_8 = -0,04 \cdot 8 + 8,14 = 7,82.$$

Отразим массив реальных показателей и прогноз на графике (рис. 2.11).

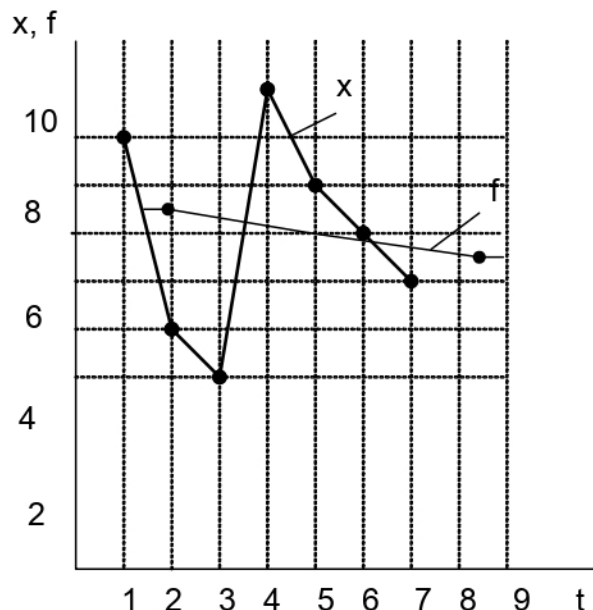


Рис. 2.11. График временного ряда (x) и прогноз (f) по методу проецирования тренда

Следует отметить, что приведенные методы не исчерпывают многообразие методов анализа временных рядов.

2.3.5. Казуальные методы прогнозирования

Казуальные методы используются для долгосрочных и среднесрочных прогнозов. Отметим три разновидности казуального метода (рис. 2.12):

- многомерные регрессионные методы (модели). Устанавливают регрессионную зависимость между величинами (факторами), влияющими на прогноз,
- эконометрические методы. Дают количественное описание закономерностей и взаимосвязей между объектами (чаще всего экономическими) и процессами (типичная модель состоит из тысяч уравнений),
- компьютерная имитация. Имитационные модели – это как бы промежуточные звенья между реальностью и обычными математическими моделями. Численные решения на компьютере позволяют значительно улучшить точность аналитических прогнозов.



Рис. 2.12. Классификация казуальных методов прогнозирования

2.3.6. Качественные методы прогнозирования

При отсутствии количественных данных (или когда их получение является дорогостоящим делом) используются качественные методы прогнозирования (рис. 2.13).

Кратко рассмотрим каждый из методов.

а) Дельфийский метод – метод экспертных оценок, представляет собой процедуру, позволяющую приходить к согласию группе экспертов из самых разных, но взаимосвязанных областей. Работа над составлением прогноза этим методом организуется следующим образом. Каждому эксперту независимо рассылается вопросник по поводу рассматриваемой проблемы.

Ответы экспертов ложатся в основу подготовки следующего вопросника и так далее (обычно 3-4 захода), до тех пор, пока эксперты не приходят к согласию (при запрете на открытые дискуссии).

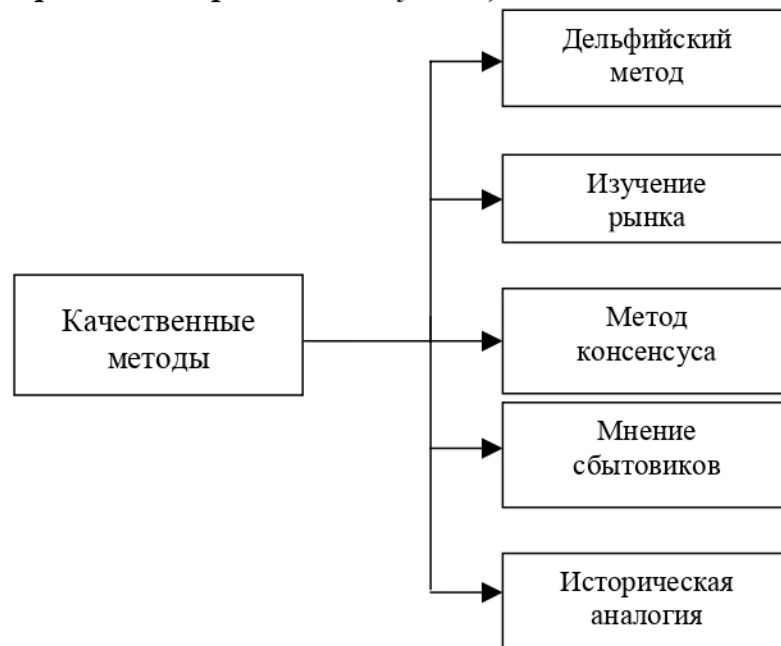


Рис. 2.13. Классификация качественных методов прогнозирования

б) Изучение рынка – модель ожидания потребителя. Прогноз строится на основании разнообразных опросов потребителей с последующей статистической обработкой.

в) Метод консенсуса или мнение жюри. Заключается в соединении и усреднении мнений группы экспертов в процессе «мозгового» штурма.

г) Совокупное мнение сбытовиков. Метод опирается на мнение контактирующих с потребителями торговых агентов и специалистов по сбыту на предприятиях.

д) Историческая аналогия. Используется в тех случаях, когда нужно дать прогноз события по своим характеристикам близкого к ранее встречающимся.

Точность прогнозов зависит от предсказания. Считается, что самый длинный по срокам и дорогой по цене метод прогнозирования – изучение рынка. На рис. 2.14 отражены данные по точности прогнозирования. Не трудно сделать вывод, что наибольшую точность на любой срок прогнозирования обеспечивает дельфийский метод.

2.4. Корреляционный и регрессионный анализ

2.4.1. Понятие о корреляционных связях

Во многих отраслях экономики невозможно корректное решение многих проблем без применения статистических зависимостей между исследуемыми

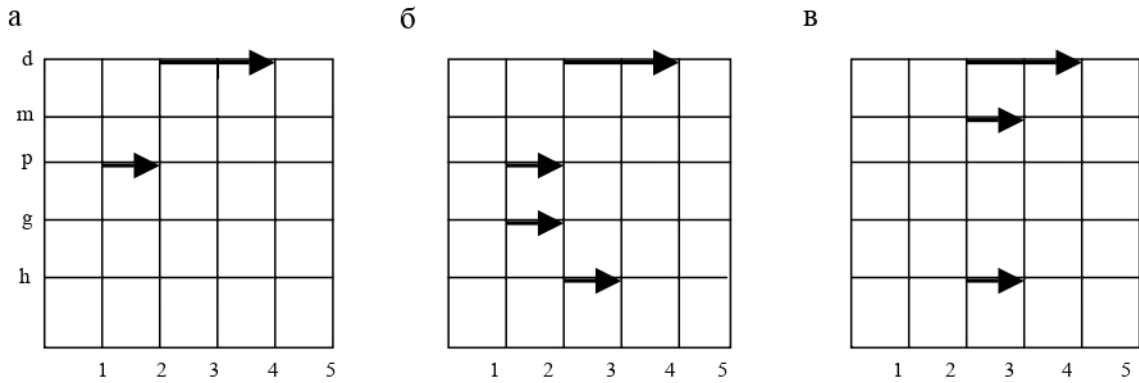


Рис. 2.14. Точность прогнозов качественных методов: d – дельфийский, m – изучение рынка, p – метод консенсуса, g – линия сбытовиков, h – историческая аналогия. а), б), в) – соответственно краткосрочный, среднесрочный, долгосрочный прогнозы. 1, 2, 3, 4, 5 – соответственно прогнозы плохой, средний, хороший, отличный, превосходный

факторами. Это вызвано тем, что подавляющее число взаимосвязей между величинами имеет не функциональный (детерминированный) характер, а стохастический (случайный).

Так, например, объем продаж продукции невозможно точно прогнозировать с изменением цены, производительность обработки заготовок на станках вероятно зависит от режимов резания, качество шлифованных поверхностей так же с какой-то долей вероятности определяется величиной зернистости абразивного инструмента и т. д. Практически вся эконометрия зиждется на статистических зависимостях.

В математике для описания связей между переменными величинами используют понятие функции F , которая ставит в соответствие каждому определенному значению независимой переменной X определенное значение зависимой переменной Y . Поэтому полученная зависимость $Y = F(X)$ называется **функциональной**. Эта зависимость однозначна, т.е. для данного значения X будет существовать единственное значение Y .

В тоже время для стохастических процессов связь между переменными может быть выявлена чаще всего только после соответствующей обработки данных.

Допустим, например, что производится механическая обработка заготовок типа тел вращения на токарном станке с разной глубиной резания s при постоянной подаче. Очевидно, что объем снятого материала Q при увеличении глубины резания будет пропорционально расти. Функциональная зависимость объема от глубины резания выразится уравнением $Q = k \cdot s$, где k – постоянный множитель. В действительности при изменении глубины резания прирост объема снятого материала не будет точно подчиняться приведенному уравнению, так как в процессе резания на резец и деталь действуют случайные факторы в виде динамических возмущений, изменяющие значения

показателей процесса, рассчитанных в приведенном уравнении на какие-то постоянные условия обработки. Эти постоянные условия заложены в постоянный множитель k . К динамическим факторам резания относятся температура резания, износ режущей кромки резца, вибрации элементов технологической системы и др. Возможный график стохастической зависимости объема материала от глубины резания имеет вид, отраженный на рис. 2.15.

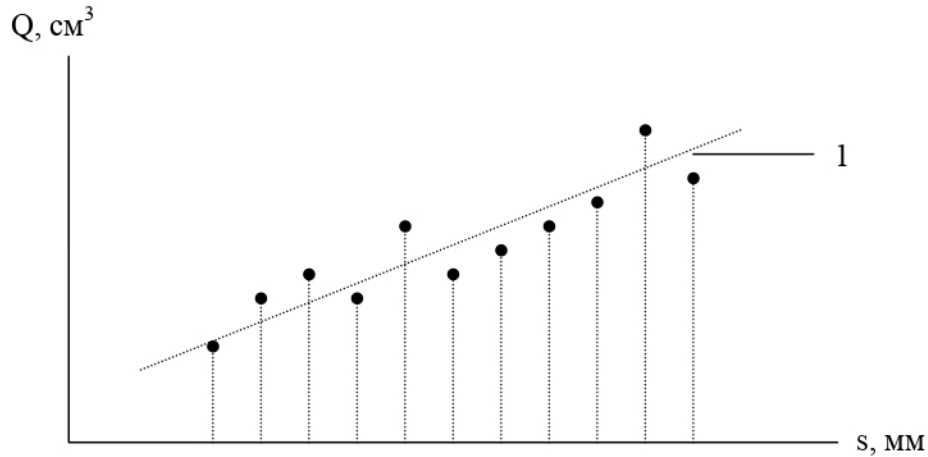


Рис. 2. 15. Стохастическая зависимость переменных Q и s . 1 — линия регрессии

Такого рода статистическая зависимость между переменными величинами называются **корреляционной**. Корреляционная зависимость возникает тогда, когда один из признаков зависит не только от второго, но и от ряда случайных факторов или условий, от которых зависят оба фактора. Корреляционные связи не могут рассматриваться как свидетельство причинно-следственной зависимости. Они свидетельствуют лишь о том, что изменения одного признака, как правило, соответствуют определенному изменению другого. При этом неизвестно, находится ли причина изменений в одном из признаков или она оказывается за пределами исследуемой пары признаков [17].

Виды корреляционных связей между измеренными признаками могут быть линейными и нелинейными, положительными или отрицательными. Варианты корреляционных связей отражены на рис. 2.16 (а – г). Возможна также ситуация, когда между переменными невозможно установить какую-либо зависимость (рис. 2.16 г). В этом случае говорят об отсутствии корреляционной связи. С целью выявления характеристик корреляционных зависимостей применяют **корреляционный анализ**.

Прежде чем начать исследование парной стохастической зависимости, необходимо убедиться, что массив данных характеризует наличие только двух переменных, корреляционные связи которых надо раскрыть. То есть надо проанализировать собранную информацию на предмет **расслоения** данных измерения, проверить возможность вмешательства в одну из переменных дополнительного стратифицирующего фактора.

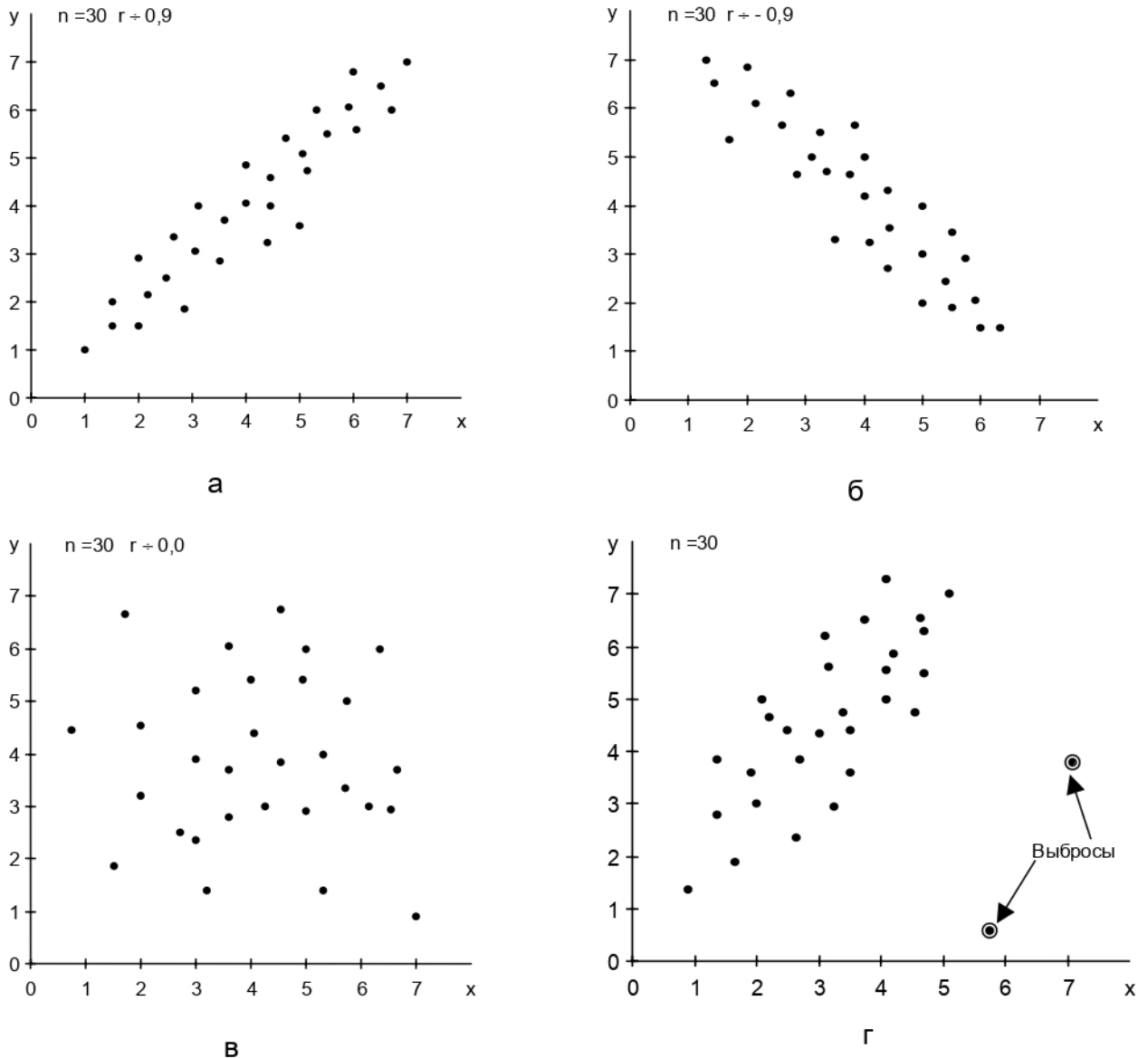


Рис. 2. 16. Диаграммы рассеяния: а) положительная корреляция, б) отрицательная корреляция, в) корреляция отсутствует, г) выбросы измерений из поля корреляции

В задачи корреляционного анализа входит:

- установление направления (положительное или отрицательное) и формы (линейная или нелинейная) связи между варьирующими признаками,
- измерение тесноты связи (значения коэффициентов корреляции),
- проверка уровня значимости коэффициентов корреляции.

2.4.2. Определение уравнений регрессии

Корреляционную зависимость между переменными X и Y можно выразить с помощью уравнений типа

$$\bar{Y} = F(x) \text{ или } \bar{X}_y = F(Y),$$

которые называются уравнениями **регрессии**. В этих уравнениях \bar{Y}_x и \bar{X}_y являются средними арифметическими переменных X и Y .

Графическое выражение регрессионного уравнения называют линией регрессии. Линия регрессии выражает наилучшее предсказание зависимой переменной Y по независимым переменным X (рис. 2.17). Эти независимые переменные в математике называются **предикатами**.

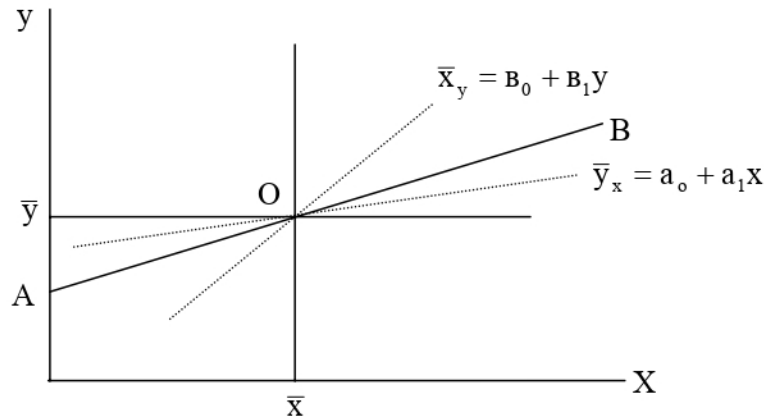


Рис. 2. 17. Линия регрессии $Y = F(x)$ и $X = F(y)$ в системе прямоугольных координат

В соответствии с уравнениями (1) корреляционную зависимость можно выразить с помощью двух уравнений регрессии, которые в самом простом случае выглядят как уравнения прямой:

$$Y = a_0 + a_1 X, \quad (2.10)$$

$$X = b_0 + b_1 Y. \quad (2.11)$$

В уравнении (2.10) Y — зависимая переменная, а X — независимая переменная, a_0 — свободный член, a_1 — коэффициент регрессии, или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

В уравнении (2.11) наоборот X — зависимая переменная, а Y — независимая, b_0 — свободный член, b_1 — коэффициент регрессии, или угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям координат.

Если произвольно на рис. 2.17 изобразить линии регрессии по уравнениям (2.10) и (2.11), то они пересекаются в точке $O(x,y)$ с координатами, соответствующими средним арифметическим значений переменных X и Y . Линия AB , проходящая через точку O , соответствует линейной функциональной зависимости между переменными Y и X , когда коэффициент корреляции между ними r_{xy} равен единице. При этом наблюдается следующая закономерность: чем сильнее связь между X и Y , тем ближе обе линии регрессии к прямой AB , и наоборот, чем слабее корреляция, тем больше линии регрессии отклоняются от прямой AB . При отсутствии связи ($r_{xy}=0$) между X и Y линии регрессии оказываются под прямым углом по отношению друг к другу.

Количественное установление связи (зависимости) между X и Y (или между Y и X) называется **регрессионным анализом**. Главная задача регрессионного анализа состоит:

- в определение коэффициентов a_0, b_0, a_1, b_1 ,
- в определение уровня значимости полученных уравнений регрессии (2.10) и (2.11), связывающих между собой переменные X и Y .

Если до проведения регрессионного анализа выполнен корреляционный анализ переменных и определены коэффициенты корреляции между ними, то легко определить коэффициенты регрессии a_1 и b_1 по формулам:

$$a_1 = r_{xy} \cdot \frac{S_y}{S_x},$$

$$b_1 = r_{yx} \cdot \frac{S_x}{S_y},$$

где S_x, S_y – среднеквадратические отклонения, подсчитанные для переменных X и Y соответственно.

Можно рассчитать коэффициенты регрессии и без подсчета среднеквадратических отклонений по формулам:

$$a_1 = r_{xy} \cdot \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}, \quad (2.12)$$

$$b_1 = r_{yx} \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (2.13)$$

В том случае, если коэффициент корреляции неизвестен, коэффициенты регрессии можно вычислить по следующим формулам:

$$a_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})}. \quad (2.14)$$

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum (y_i - \bar{y})}. \quad (2.15)$$

Зная коэффициенты регрессии, можно легко получить коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = \sqrt{a_1 \cdot b_1}. \quad (2.16)$$

Свободные члены уравнений регрессии a_0 и b_0 вычисляются по следующим формулам:

$$a_0 = \frac{\sum y_i \cdot \sum x_i^2 - \sum x_i \cdot \sum x_i \cdot y_i}{\sum x_i^2 - \sum (x_i)^2}. \quad (2.17)$$

$$b_0 = \frac{\sum x_i \cdot \sum y_i^2 - \sum y_i \cdot \sum x_i \cdot y_i}{\sum y_i^2 - \sum (y_i)^2}.$$

Трудоемкость вычислений по формулам (2.14),(2.15),(2.16),(2.17) свободных членов и коэффициентов регрессии достаточно велика, поэтому в регрессионном анализе используются более простые методы их определения, базирующиеся на методе наименьших квадратов [3].

Применяя этот метод для линейной функции зависимости переменных, получим две системы уравнений, позволяющие определить из одной системы величины a_0 и a_1 :

$$\begin{aligned} a_0 \cdot N + a_1 \sum x_i &= \sum y_i, \\ a_0 \cdot \sum x_i + a_1 \sum (x_i \cdot x_i) &= \sum y_i \cdot x_i, \end{aligned} \quad (2.18)$$

а из другой системы величины b_0 и b_1 :

$$\begin{aligned} b_0 \cdot N + b_1 \cdot \sum y_i &= \sum x_i, \\ b_0 \cdot \sum y_i + b_1 \cdot \sum (y_i \cdot y_i) &= \sum y_i \cdot x_i, \end{aligned}$$

где N – число переменных x или y .

Приведем **пример** вычисления коэффициентов линейной регрессии.

Допустим, что при исследовании статистической зависимости между объемом снятого в процессе токарной обработки материала заготовки Q и глубиной резания s получены следующие результаты эксперимента (табл.2.11):

Таблица 2.11

Номер эксперимента	Глубина резания s , мм	Объем материала Q , куб. см
1	2,2	2,70
2	2,4	3,15
3	2,6	3,44
4	2,8	3,52
5	3,0	4,05
6	3,2	4,12
7	3,4	4,54
8	3,6	4,61
9	3,8	4,80
10	4,0	5,31
11	4,2	5,53
12	4,4	5,66

Графическое отражение экспериментальных данных приведено на рис.2.18.

Уравнение регрессии при этом имеет вид

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X,$$

где в качестве независимой переменной X выступает глубина резания s , а в качестве зависимой переменной Y выступает объем снятого материала Q .

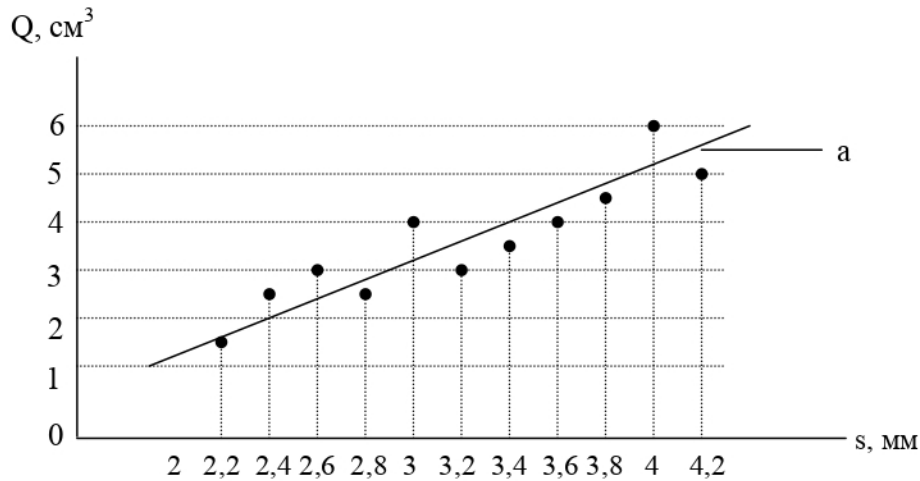


Рис. 2.18. Экспериментальная зависимость сошлифованного материала Q от глубины резания s ; a – линия регрессии $Q = f(s)$

Для решения уравнений (2.18) заполним вспомогательную таблицу 2.12:

Таблица 2.12

Номер эксперимента	X	X·X	Y	Y·Y	X·Y
1	2,2	4,84	2,70	7,29	5,94
2	2,4	5,76	3,15	9,92	7,56
3	2,6	6,76	3,44	11,83	8,94
4	2,8	7,84	3,52	12,39	9,86
5	3,0	9,00	4,05	16,40	12,15
6	3,2	10,24	4,12	16,97	13,18
7	3,4	11,56	4,54	20,61	15,44
8	3,6	12,96	4,61	21,25	16,60
9	3,8	14,44	4,80	23,04	18,24
10	4,0	16,00	5,31	28,20	21,24
11	4,2	17,64	5,53	30,58	23,23
12	4,4	19,36	5,66	32,04	24,90
Σ	39,60	136,40	51,43	230,52	177,28

Подставляя значения данных табл.2.12 в уравнение (2.18), получим следующую систему линейных уравнений:

$$a_0 \cdot 12 + a_1 \cdot 39,60 = 51,43,$$

$$a_0 \cdot 39,60 + a_1 \cdot 136,40 = 177,28.$$

Решая эту систему уравнений, получим $a_0 = -0,44$; $a_1 = 1,40$. Тогда

$$Y = -0,44 + 1,40 \cdot X..$$

Для решения уравнения регрессии

$$X = b_0 + b_1 \cdot Y$$

получим следующую систему уравнений:

$$b_0 \cdot 12 + b_1 \cdot 51,43 = 39,60,$$

$$b_0 \cdot 51,43 + b_1 \cdot 230,52 = 177,28.$$

Решая эту систему уравнений, получим $b_0 = 0,30$; $b_1 = 0,70$. Тогда

$$X = 0,30 + 0,70 \cdot Y.$$

2.4.3. Определение коэффициента корреляции

Термин «корреляция» был введен в науку английским ученым Ф.Гальтоном, а точную формулу для расчета коэффициента корреляции разработал его ученик К.Пирсон. Этот коэффициент характеризует наличие только линейной связи между признаками (переменными), обозначаемыми, как правило, символами X и Y . Формула расчета коэффициента корреляции построена таким образом, что, если связь между признаками имеет линейный характер, то коэффициент Пирсона r_{xy} устанавливает тесноту связи. Величина r_{xy} не может превышать $+1$ и быть меньше -1 . Это границы для значений коэффициента корреляции. При коэффициенте корреляции равном ± 1 имеем не статистическую, а функциональную зависимость.

Основная формула для вычисления коэффициента корреляции имеет вид:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (2.19)$$

Формула (2.19) не совсем удобна для расчета коэффициента корреляции, так как в ней много трудоемких расчетов, связанных с определением суммы разностей $(x_i - \bar{x})$ и $(y_i - \bar{y})$. Поэтому для практических расчетов чаще пользуются разновидностью этой же формулы

$$r_{xy} = \frac{N \cdot \sum (x_i \cdot y_i) - (\sum x_i \cdot \sum y_i)}{\sqrt{[N \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] \cdot [N \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}. \quad (2.20)$$

Воспользуемся данными табл.2.12 для расчета коэффициента корреляции статистической зависимости (2.20) (см. пример).

$$r_{xy} = \frac{12 \cdot 177,28 - 2036,6}{\sqrt{12 \cdot 136,4 - 1568,2} \cdot (12 \cdot 230,52 - 2645,0)} = 0,990.$$

Точность расчетов можно проверить по формуле (2.16):

$$r_{xy} = \sqrt{1,40 \cdot 0,70} = 0,989.$$

Расхождение в 0,001 можно записать за счет погрешности округлений при расчетах.

Такое высокое значение коэффициента корреляции свидетельствует о высокой тесноте связи объема снятого материала Q и глубины резания s . Тем не менее, проверим уровень значимости полученного коэффициента путем проверки статистических гипотез.

В качестве нулевой гипотезы H_0 принимаем, что полученный в результате обработки данных коэффициент корреляции r_{xy} не значим, т.е. корреляции между Q и s или нет, или она слабая. За гипотезу H_1 принимаем альтернативное событие: – r_{xy} – значим, т.е. имеется тесная корреляция между Q и s .

Воспользуемся математической таблицей «Критические значения коэффициента корреляции r_{xy} Пирсона» (см. приложение ПЗ).

Определим вначале число степеней свободы $k = n - 2 = 12 - 2 = 10$. Находим по указанной таблице критические пределы уровней значимости коэффициента корреляции:

$$r_{кр} = \begin{cases} 0,58 & \text{для } P \leq 0,05 \\ 0,71 & \text{для } P \leq 0,01. \end{cases}$$

Построим соответствующую «ось» значимости (рис. 2.19). Нанесем на «оси» критические границы и полученное значение коэффициента корреляции. Видно, что значение r_{xy} лежит далеко за верхней критической границей $r_{кр} = 0,71$ в зоне значимости.

Таким образом, нулевая гипотеза H_0 отвергается, а принимается гипотеза H_1 – полученная регрессионная зависимость $Q=F(s)$ статистически значима.

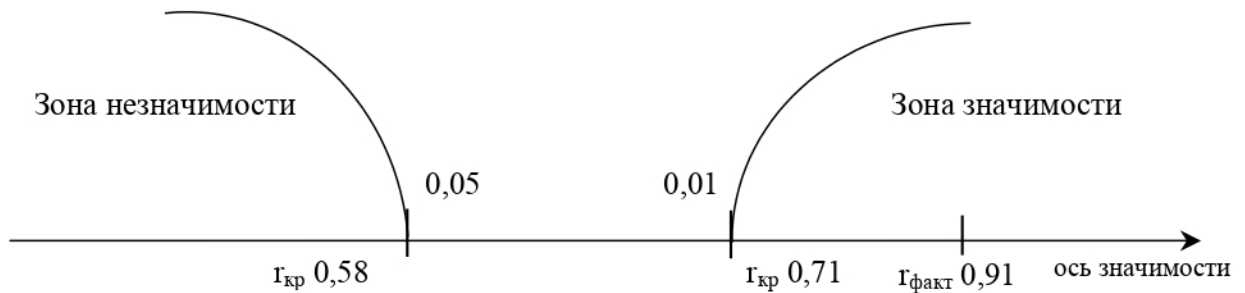


Рис. 2.19. Оценка значимости коэффициента корреляции r_{xy}

2.5. Планирование многофакторного эксперимента

2.5.1. Основные понятия и определения

Эксперимент, в процессе которого исследуется стохастическая зависимость одной величины Y от нескольких других X_i , называется *многофакторным экспериментом*:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (2.21)$$

Независимые переменные X_1, X_2, \dots, X_n называют факторами, n – число факторов. Зависимая переменная Y называется функцией отклика [10].

Планирование многофакторного эксперимента – это совокупность действий, позволяющих решить поставленную задачу экспериментальным путем с требуемой точностью при проведении минимального числа опытов. При

проведении экспериментальных исследований чаще всего решает две задачи: интерполяционную и задачу оптимизации. *Интерполяционной задачей* называется задача построения уравнения регрессии (2.21), адекватного результатам опыта. *Задачей оптимизации* называется задача отыскания факторов X_i , при которых функция отклика Y достигает экстремума. В настоящей работе рассматривается только первая задача.

Для решения указанной задачи проводят опыты, то есть измерение функции отклика Y при фиксированных значениях X . Опыт может состоять как из однократного измерения (прямого или косвенного), так и из n повторных измерений. Совокупность опытов, необходимых для решения поставленной задачи, называется **планом эксперимента**.

Фиксированное значение фактора будем называть его уровнем. Разность двух ближайших уровней фактора называется *интервалом варьирования*. Совокупность численных значений, которые может принимать фактор, будем называть *областью варьирования фактора*.

2.5.2. Выбор факторов, областей их варьирования и вида уравнения регрессии

Последовательность действий, необходимых для решения интерполяционной задачи, может быть представлен в виде блок-схемы (рис. 2.20).

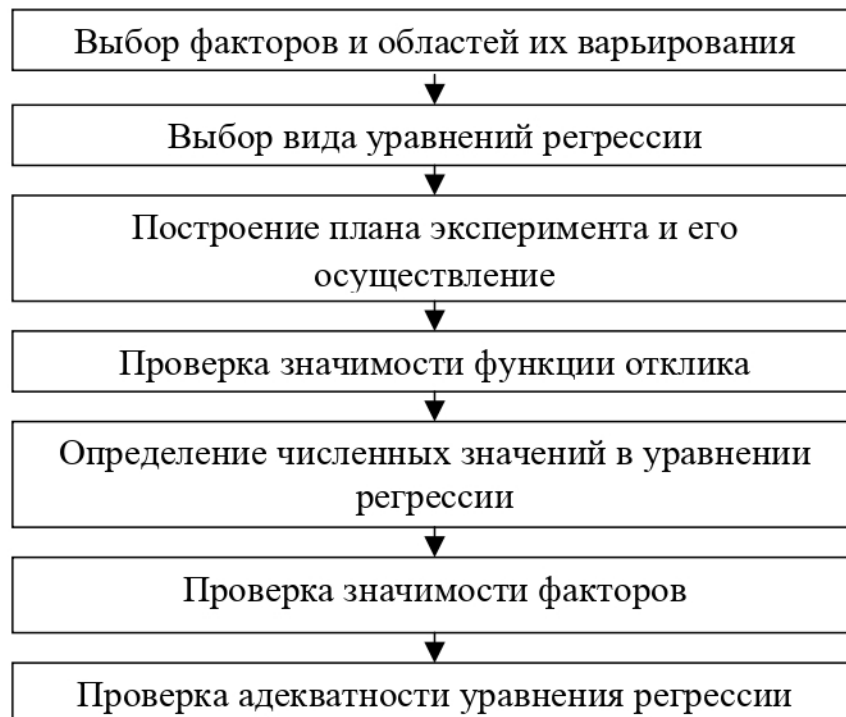


Рис. 2.20. Блок-схема решения интерполяционной задачи

Выбор факторов, от которых зависит функция отклика Y , осуществляется на основе анализа уже имеющихся результатов предыдущих исследований

(априорная информация). Выбирая факторы, надо следить за тем, чтобы они удовлетворяли следующим требованиям:

- управляемости факторов. Фактор должен изменяться по требуемому закону или оставаться постоянным во время проведения опыта,
- совместимости фактора. Должна быть технически осуществима любая комбинация факторов в пределах области их варьирования,
- независимости факторов друг от друга.

Нельзя в качестве факторов X выбирать переменные, зависящие друг от друга. Область варьирования факторов задается путем введения ограничений на возможность изменения (варьирования) факторов. Ограничения бывают двух видов:

- ограничения, накладываемые непосредственно на факторы (например, $X_1 > 0$, $X_2 < a$, ... $X_n < 0$),

- ограничения, накладываемые на функциональные зависимости факторов (например, $\varphi(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0$).

Выбор ограничивающих зависимостей осуществляется из технических, технологических соображений, а также соображений, основанных на опыте предыдущих исследований или исследований в смежной области.

Выбор вида уравнения регрессии осуществляется из следующих соображений. Наиболее удобными для последующих расчетов являются полиномиальные модели, то есть модели, составленные из алгебраических полиномов. На практике используют линейную полиномиальную модель, неполную квадратичную и квадратичную. Запишем эти зависимости для двухфакторной функции отклика:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2,$$

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2,$$

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2 + b_{11}X_1^2 + b_{22}X_2^2.$$

Полиномиальные модели более высоких порядков обычно не применяют. При отсутствии априорной информации о характере зависимости функции отклика от факторов следует выбрать наиболее простую - линейную модель.

2.5.3. Построение плана эксперимента

Планом эксперимента называется совокупность опытов, необходимых для решения поставленной задачи. План эксперимента выбирают исходя из вида модели. Для линейной модели может быть применен наиболее простой план эксперимента – симметричный двухуровневый. Этот план предусматривает проведение опытов на двух уровнях, симметричных относительно некоторого уровня, выбранного в качестве исходного.

План эксперимента может быть изображен в виде графика (рис. 2.21). По осям графика откладываются значения факторов – такой график называется *факторным пространством*. На графике (рис. 2.21,а) X_{10}, X_{20} – исходные уровни факторов; $X_{1В}, X_{2В}$ – верхние уровни; $X_{1Н}, X_{2Н}$ – нижние уровни; $\Delta X_1, \Delta X_2$ – интервалы варьирования. Верхний и нижний уровни факторов получают путем прибавления и вычитания из исходного уровня интервала варьирования:

$$X_{1В} = X_{10} + \Delta X_1; \quad X_{1Н} = X_{10} - \Delta X_1;$$

$$X_{2В} = X_{20} + \Delta X_2; \quad X_{2Н} = X_{20} - \Delta X_2.$$

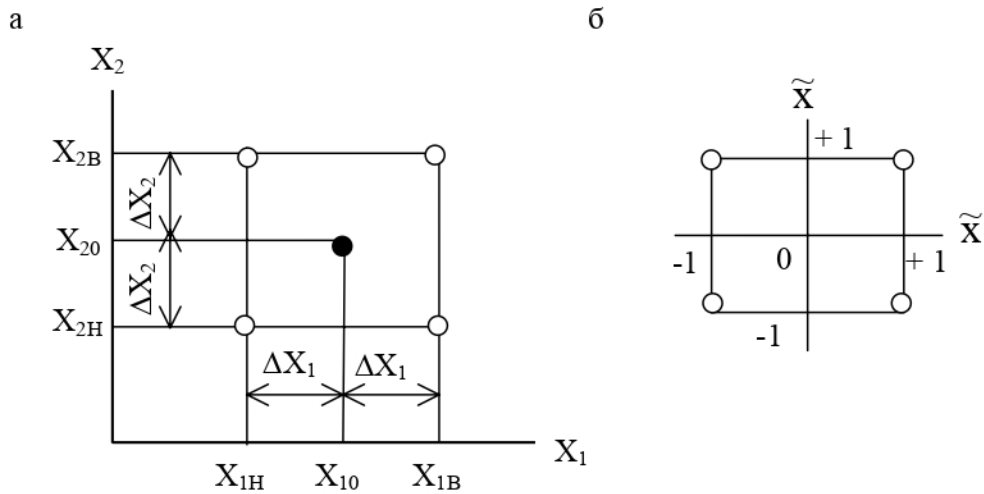


Рис. 2.21. Симметричный двухуровневый план для двухфакторной функции отклика Y : а) натуральный вид; б) нормированный вид

Согласно плану эксперимента, изображенному на рис. 2.21,а, опыты должны быть проведены на следующих уровнях факторов ($X_{1В}, X_{2В}$), ($X_{1Н}, X_{2В}$), ($X_{1В}, X_{2Н}$), ($X_{1Н}, X_{2Н}$), то есть надо проводить четыре опыта.

План эксперимента может быть также записан в виде таблицы, называемой *матрицей планирования* или *репликой*. Значения факторов записываются в реплике не в натуральном, а в нормированном (безразмерном) виде. Графически переход от натуральных значений факторов к нормированным означает перенос осей координат факторного пространства в исходный уровень (рис.2.21,б). Нормированные значения факторов будем обозначать \tilde{X} . Нормированные и натуральные значения факторов связаны между собой следующими соотношениями:

$$\tilde{X}_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}; \quad X_i = \tilde{X}_i \cdot \Delta X_i + X_{i0}$$

где $X_i, \Delta X_i$ – исходный уровень и интервал варьирования i -го фактора,
 i – номер фактора.

Найдем значения верхнего и нижнего уровней фактора в нормированном виде:

$$\tilde{X}_{iB} = \frac{X_{iB} - X_{i0}}{\Delta X_i} = \frac{X_{i0} + \Delta X_i - X_{i0}}{\Delta X_i} = +1;$$

$$\tilde{X}_{iH} = \frac{X_{iH} - X_{i0}}{\Delta X_i} = \frac{X_{i0} - \Delta X_i - X_{i0}}{\Delta X_i} = -1.$$

Таким образом, в нормированном виде верхний уровень любого фактора всегда равен 1, а нижний – минус 1. Исходный уровень любого фактора в нормированном виде всегда равен нулю:

$$\tilde{X}_{i0} = \frac{X_{i0} - X_{i0}}{\Delta X_i} = 0.$$

Очевидно, что интервал варьирования любого фактора в нормированном виде всегда равен единице:

$$\Delta \tilde{X}_i = \tilde{X}_{iB} - \tilde{X}_{i0} = 1.$$

В качестве примера запишем матрицу планирования (реплику) симметричного двухуровневого плана для двухфакторной функции отклика, содержащую 4 опыта (табл.2.13):

Таблица 2.13

Номер опыта	\tilde{X}_1	\tilde{X}_2
1	+1	+1
2	-1	+1
3	+1	-1
4	-1	-1

Реплики больших размерностей записываются следующим образом. Реплика для трехфакторной функции отклика $Y = f(X_1, X_2, X_3)$ содержит 8 опытов (вершины куба в трехмерном пространстве). Сначала записывают реплику двухфакторной функции отклика (табл. 2.14) на первых четырех опытах и последующих четырех опытах, а затем – добавляют на первых четырех опытах третий нормированный фактор \tilde{X}_3 при верхнем значении нормированного фактора \tilde{X}_{3B} (+1), а на следующих четырех опытах – при нижнем значении нормированного фактора \tilde{X}_{3H} (-1).

Аналогично поступают с матрицами больших размерностей, чем 3 фактора. Так для четырехфакторной функции отклика, содержащей 16 опытов, записывают сначала трехфакторную матрицу, а затем добавляют нормированный фактор \tilde{X}_4 на первых 8 опытах как (+1), а на последних 8 опытах как (-1).

Таблица 2.14

Номер опыта	\tilde{X}_1	\tilde{X}_2	\tilde{X}_3
1	+1	+1	+1
2	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1
4	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1
6	-1	+1	-1
7	+1	-1	-1
8	-1	-1	-1

2.5.4. Полный факторный эксперимент

Эксперимент, число опытов которого равно числу возможных сочетаний уровня плана, называется *полным факторным экспериментом* (ПФЭ).

Число возможных сочетаний симметричного двухуровневого плана равно $N = 2^n$, где n – число факторов. Очевидно, что для двухфакторной функции отклика число опытов ПФЭ составляет $N = 2^2 = 4$, для трехфакторной функции число опытов $N = 2^3 = 8$ и т.д. Следовательно, матрицы планирования, записанные в таблицах 2 и 3, являются матрицами ПФЭ. Матрицы ПФЭ иначе называют **полными репликами**.

Полная реплика обладает следующими свойствами:

а) Алгебраическая сумма элементов столбца каждого фактора равна нулю:

$$\sum_{j=1}^N \tilde{X}_{ij} = 0,$$

где i – номер фактора, j – номер опыта, N – число опытов.

Это свойство вытекает из симметричности плана относительно начала координат и называется *симметричностью*.

б) Сумма квадратов элементов столбца каждого фактора равна числу опытов:

$$\sum_{j=1}^N \tilde{X}_{ij}^2 = N.$$

Это свойство вытекает из того, что факторы представлены в матрице в нормированном виде, и называется *условием нормировки*.

в) Сумма почленных произведений любых двух столбцов матрицы равна нулю:

$$\sum_{j=1}^N \tilde{X}_{ij} \tilde{X}_{kj} = 0.$$

Это свойство называется *ортогональностью*.

С помощью таких свойств полной реплики можно достаточно просто вычислять коэффициенты уравнения регрессии. Без промежуточных выводов запишем формулы для коэффициентов линейной модели b многофакторной функции отклика в нормированном виде:

$$\tilde{b}_0 = \frac{\sum_{j=1}^N Y_j}{N}; \quad \tilde{b}_i = \frac{\sum_{j=1}^N Y_j X_{ij}}{N}.$$

Для того чтобы перейти к коэффициентам уравнения регрессии в натуральном виде, следует вместо нормированных значений факторов подставить их выражения через натуральные значения. В итоге получим:

$$b_0 = \tilde{b}_0 - \sum_{i=1}^n \frac{\tilde{b}_i X_{i0}}{\Delta X_i}; \quad \tilde{b}_i = \frac{\tilde{b}_i}{\Delta X_i}.$$

2.6. Анализ безотказности

2.6.1. Взаимосвязь качества и надежности. Виды отказов

Термины «качество» и «надежность» настолько тесно взаимосвязаны, что ни одно из них на самом деле не имеет смысла без другого. Но, несмотря на эту тесную связь, нужно попытаться четко разобраться в этих понятиях по отдельности, так как от этого будут зависеть и меры по их обеспечению. Прежде всего отметим, что показатели надежности являются одними из эксплуатационных показателей качества. Следовательно, термин «качество» имеет более широкое значение, чем термин «надежность».

В соответствии с «Большой Советской Энциклопедией» (третье издание) термин «надежность» связан с термином «изделие» и имеет следующее определение: «**надежность** изделия – свойство изделия сохранять значения установленных параметров функционирования в определенных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования, технического обслуживания, хранения и транспортирования. Надежность – комплексное свойство, которое в зависимости от назначения изделия и условий его эксплуатации может включать **безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость** в отдельности или определенное сочетание этих свойств как изделия в целом, так и его частей».

В соответствии с ИСО 9000:2000 термин «качество» имеет определение: «**качество**: степень соответствия присущих характеристик требованиям» [16,23].

Сравнивая эти определения, можно отметить следующее:

- качество, в отличие от надежности, не привязано к термину «изделие» и может в равной степени относиться к продукции, процессу, услуге, любому виду деятельности, в том числе интеллектуальному,

- качество должно удовлетворять требованиям потребителя, а надежность только требованиям установленных режимов и условий эксплуатации, т.е. в отличие от качества надежность не имеет субъективного фактора,

- надежность жестко связана с понятием функционирование, т.е. имеет отношение к такому изделию, которое функционирует, в то время как качество имеет отношение к любому объекту, как функционирующему, так и не функционирующему,

- из всех эксплуатационных показателей только надежность не имеет размерности и отражает качество всего изделия в целом независимо от того, какой из его элементов виноват в отказе, т.е. надежность можно отнести к интегрирующему (главному, основному, общему) эксплуатационному показателю качества изделия.

Так, например, если взять отдельно болт и гайку, то каждый из них является объектом, и каждый имеет свое качество. Но понятие надежности к ним применить нельзя, так как поодиночке они не могут функционировать, а функционирует только их (болтовое) соединение, то есть кинематическая пара. Если изделие создается для функционирования, то отсутствие необходимой величины надежности практически исключает его применение в эксплуатации. В то же время несоответствие требованиям любого из других эксплуатационных показателей переводит изделие лишь в другой режим функционирования. Очевидно, что необходимое качество проектирования и производства изделия обеспечивает его надежность. То есть надежность – вторична относительно качества.

Потеря функционирования изделия вызывается отказом. **Отказ** есть неспособность какого-то элемента изделия или всего агрегата осуществлять свои функции. Риск отказа зависит от степени, вида отказа и причин отказа. Степень отказа определяется тем, привел ли отказ к частичному или полному прекращению выполнения функций изделием. Причины отказов связаны главным образом с несовершенством разработки (конструктивные), плохим качеством изготовления (производственные), неправильной эксплуатацией изделия (эксплуатационные), с другими причинами (их называют внешними), непосредственно не зависящими от рассматриваемого изделия.

2.6.2. Методы оценки надежности

Как отмечено выше, надежность является комплексным свойством, и каждое из ее свойств имеет свое значение.

Безотказность является наиболее общей характеристикой надежности и характеризует вероятность безотказной работы $P(t)$ изделия. Очевидно, что для исправного изделия в момент начала ($t=0$) функционирования (работы) вероятность $P(0)=1$. Чем больше время работы, тем выше вероятность отказа изделия. Временной график $P(t)$ в общем виде приведен на рис. 2.22.

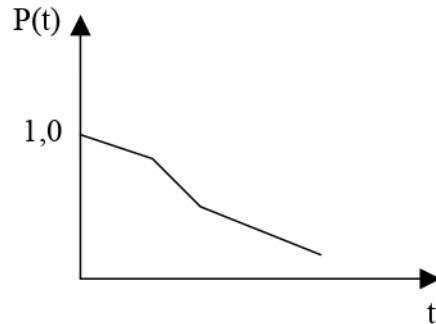


Рис. 2. 22. График вероятности безотказной работы $P(t)$

Рассмотрим численные характеристики безотказности. Их две:

- $P(t)$ - вероятность безотказной работы за заданное время t_p . Можно сказать и по-другому: за заданное время t_p объект будет функционировать безотказно;
- m_{cp} – средняя наработка до отказа (или математическое ожидание наработки объекта до первого отказа).

$$m_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt .$$

Численно средняя наработка на отказ m равна площади под кривой $P(t)$ на рис. 2.22.

Для того чтобы вычислить вероятность безотказной работы изделия, необходимо определить **интенсивность** отказов (λ), которая определяется как вероятность отказа изделия в единицу времени. Если большое количество изделий подвергается испытаниям на надежность, то вероятность сохранения изделием работоспособности (вероятности безотказной работы) определяется экспоненциальным законом надежности

$$P(t) = \exp(-\lambda t). \quad (2.22)$$

Эту же формулу можно записать в другом виде, заменяя $\lambda = 1/m_{cp}$. Тогда

$$P(t) = \exp(-t/m_{cp}). \quad (2.23)$$

Графически интенсивность отказов можно отразить в виде кривой на рис. 2.23. Такой вид кривой называется **кривой интенсивности отказов**. Она имеет еще одно название – кривая жизни изделия. Обычно такая кривая делится на три периода: период приработки, период стабильной эксплуатации, период износа. Названия периодов точно отражают характеристику процессов, происходящих с элементами изделия. Очевидно, что на первом и третьем периоде эксплуатации интенсивность отказов изменяется во времени, а на втором периоде ее можно принять постоянной величиной ($\lambda = \text{const}$).

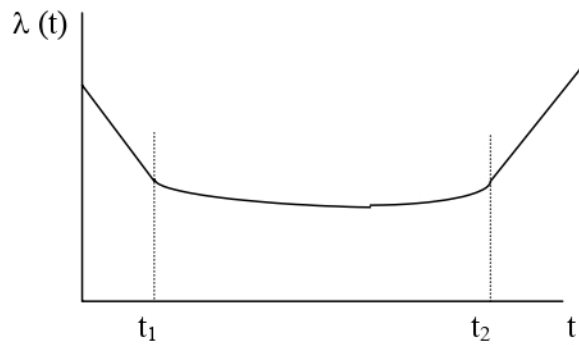


Рис. 2. 23. Зависимость интенсивности отказов от времени в период эксплуатации изделия: $t_1 - t_2$ — период нормальной эксплуатации

Отказы на первом периоде возникают чаще всего по двум причинам: несовершенная проектная документация и несовершенные процессы производства. Чем выше качество изделия, тем короче период приработки. Для нормального процесса эксплуатации изделия период его приработки желательно перенести на предприятие. Отказы на последнем периоде в основном связаны с износом элементов конструкции или усталостью материалов.

Число отказов изделия можно сократить за счет дублирования наиболее слабых элементов конструкции. Так, например, в авиации принято дублировать работу моторов, которые являются наиболее критическими (по безопасности) элементами самолета. Продлить жизнь изделия можно за счет восстановительных мероприятий.

Если принять весь испытательный период изделия t равным средней наработке на отказ m_{cp} , то по уравнению (2.23) получим вероятность безотказной работы изделия равную 0,37, т.е. 37%.

Чтобы провести расчет надежности изделия, его надо разделить на подсистемы (узлы, агрегаты, сборки, комплекты), которые определяют функционирование изделия в целом, и определить надежность каждой из них с целью выявления наиболее слабых звеньев системы.

Рассмотрим **пример**. Пусть изделие состоит из трех подсистем (А, В, С). Допустим, что наработка на отказ каждой подсистемы равна: $m_{1cp} = 100$ час, $m_{2cp} = 125$ час, $m_{3cp} = 500$ час. Найти вероятность безотказной работы системы за 5 часов.

Учитывая, что отказ любой подсистемы приводит к отказу изделия, можно записать:

$$P(t) = P_A \cdot P_B \cdot P_C = \exp(-t/m_{1cp}) \cdot \exp(-t/m_{2cp}) \cdot \exp(-t/m_{3cp}).$$

Упростим решение этого уравнения, заменяя $\lambda_i = 1/m_{cpi}$. Тогда

$$P(t) = \exp(-t \cdot \sum \lambda_i) = \exp(-t \cdot m_{cp}),$$

где m_{cp} — наработка на отказ системы.

Суммарная интенсивность отказов $\lambda_c = 0,01 + 0,008 + 0,002 = 0,02$ 1/час. Тогда средняя наработка на отказ m_c равна:

$$m_{\text{cp}} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,02} = 50 \text{ час.}$$

Подставляя полученное значение m_{cp} в формулу (2.23), можно рассчитать требуемую вероятность безотказной работы изделия за 5 часов:

$$P(5) = \exp(-5/50) = \exp(-0,1) = 0,9 \text{ или } 90\%.$$

Следует отметить, что надежность подсистемы С значительно выше надежности остальных двух подсистем, о чем свидетельствуют значения их λ .

Долговечность изделия определяется временем его эксплуатации от начала работы до момента начала катастрофического износа, т.е., если приработка изделия проведена на предприятии, то долговечность изделия соответствует длительности второго периода работы изделия (рис. 2.23). Очевидно, что значение долговечности конкретного изделия является случайной величиной, вызванное вариабельностью, как процессов изготовления изделия, так и вариабельностью условий эксплуатации. Долговечность по наработке называется *ресурсом*, а по календарному времени – средним сроком службы изделия.

Ремонтопригодность изделия определяется средней длительностью (или трудоемкостью) ремонта. Это – характеристика восстанавливаемого изделия.

Для исследования безотказности ремонтируемых изделий необходимо применение математического аппарата случайных потоков. **Случайный поток** – это последовательность событий, возникающих в случайные моменты времени (см. рис. 2.24).



Рис. 2.24. Модель случайного потока

Точками отмечены случайные события. Время между двумя последовательными событиями является случайной величиной. Характеристикой произвольного потока может служить **ведущая функция** $\Lambda(t)$:

$$\Lambda(t) = M(N_t),$$

где N_t – число событий (отказов) за время t ,

M – символ математического ожидания.

Наработка на отказ восстанавливаемого изделия определяется по формуле

$$m_{\text{cp}} = \frac{t}{\Lambda(t)}.$$

Если модель эксплуатации восстанавливаемого изделия представляет собой последовательность периодов безотказной работы и периодов ремонта

(рис. 2.25), то ее статистическая интерпретация определяется коэффициентом готовности K_r :

$$K_r = \frac{m_{cp}}{m_{cp} + t_{рем}}$$

где m_{cp} – наработка на отказ восстанавливаемого изделия,

$t_{рем}$ – средняя длительность ремонта.

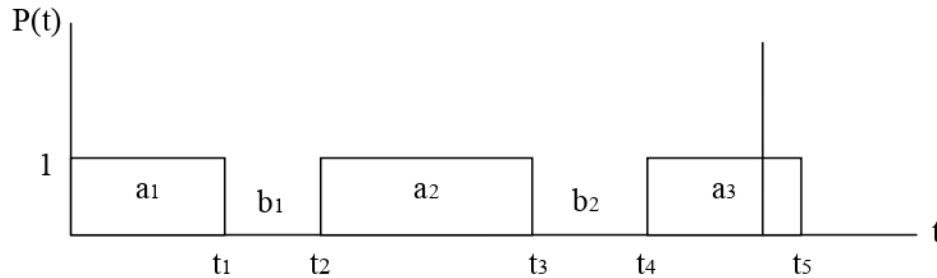


Рис. 2. 25. Модель эксплуатации ремонтируемого изделия:
a – период работы, b – период ремонта

Сохраняемостью называется свойство изделия непрерывно сохранять (в заданных пределах) значения установленных для него показателей качества во время и после хранения и при транспортировке. Сохраняемость характеризуется количественными показателями, значения которых определяются условиями хранения и транспортирования изделия, а также мерами, принятыми для защиты его от вредных воздействий внешней температуры, влажности воздуха, пыли, солнечной радиации, тряски, плесневых грибков и пр. Наиболее эффективными методами повышения сохраняемости изделия являются консервация, применение специальных защитных покрытий и пропитывающих составов, профилактическое обслуживание.

При сравнении показателя надежности проектируемого изделия с изделием-аналогом можно использовать обобщенный показатель надежности $Q_{об}$:

$$Q_{об} = \alpha\Pi_{без} + \beta\Pi_{дол} + \gamma\Pi_{рем} + \delta\Pi_{сох},$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – соответственно коэффициенты значимости показателей безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости. При этом необходимо соблюдать условие: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 1$,

$\Pi_{без}, \Pi_{дол}, \Pi_{рем}, \Pi_{сох}$ – соответственно значения показателей безотказности, долговечности, ремонтпригодности и сохраняемости проектируемого изделия или изделия-аналога.

2.6.3. Резервирование

Эффективным методом повышения надежности изделий, особенно сложных технических устройств, является резервирование, то есть введение дополнительного числа элементов и связей по сравнению с минимально не-

обходимым для выполнения заданных функций в конкретных условиях работы. Элементы минимизированной структуры изделия, обеспечивающей его работоспособность, называются основными элементами; резервными называются элементы, предназначенные для обеспечения работоспособности изделия в случае отказа основных элементов [24].

Резервирование классифицируется по ряду признаков, основные из которых – уровень резервирования, кратность резервирования, состояние резервных элементов до момента включения их в работу, возможность совместной работы основных и резервных элементов с общей нагрузкой, способ соединения основных и резервных элементов.

По уровню резервирования его подразделяют на общее, при котором резерв предусматривается на случай отказа объекта в целом (рис. 2.26), и раздельное (поэлементное), при котором резервируются отдельные части объекта (блоки, узлы, элементы) (рис. 2.27). Возможно также сочетание общего и раздельного резервирования – смешанное. Под кратностью резервирования понимается отношение числа резервных элементов к числу основных элементов. Однократное резервирование называется дублированием.

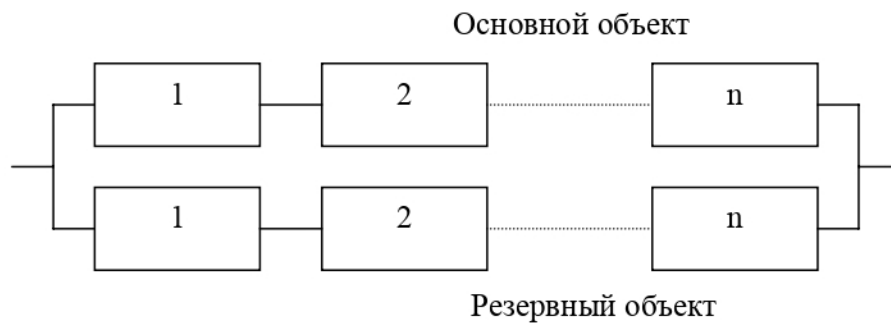


Рис.2. 26. Схема общего резервирования

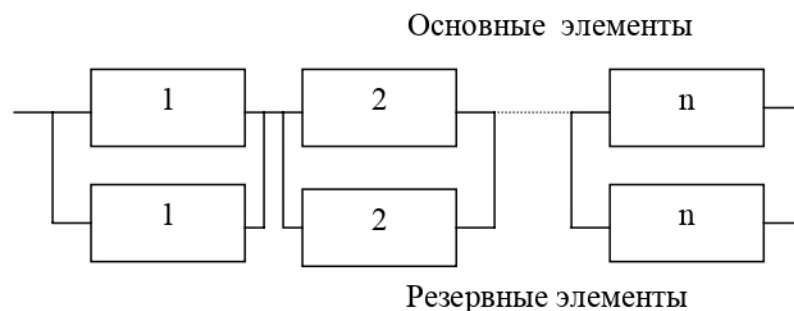


Рис. 2.27. Схема раздельного резервирования

В зависимости от состояния резервных элементов до момента включения их в работу различают резерв нагруженный, при котором резервные элементы нагружены так же, как основные элементы, облегченный, когда резервные элементы нагружены меньше, чем основные, и ненагруженный резерв, при котором резервные элементы не несут нагрузки.

Резервирование зависит также от способа соединения основных и резервных элементов в составе резервированной группы. При постоянном способе все элементы – и основные, и резервные – подключены к общей нагрузке в течение всего времени работы изделия. При полупостоянном соединении с общей нагрузкой остаются только исправные элементы, а отказавший элемент отключается.

Вероятность отказа основного элемента резервированной группы равна $F_1(t) = 1 - P_1(t)$. Вероятность отказа резервированной группы (рис. 2.28) кратности $(n-1)$ равна $F_{n-1}(t)$, а вероятность безотказной работы

$$P(t) = 1 - F_{n-1}(t) = 1 - [1 - P_1(t)].$$

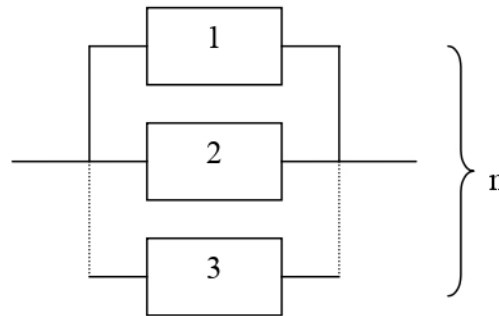


Рис. 2.28. Резервированная группа $(n - 1)$ кратности

Очевидно, что при дублировании получим

$$P(t) = 1 - [1 - P_1(t)]^2.$$

При резервировании с замещением, когда резервный элемент включается вместо отказавшего (рис. 2.29), вероятность безотказной работы определяется по следующей формуле (при экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы):

$$P(t) = \exp(-\lambda_1 t) + \lambda_1 t \cdot \exp(-\lambda_1 t) = (1 + \lambda_1 t) \exp(-\lambda_1 t),$$

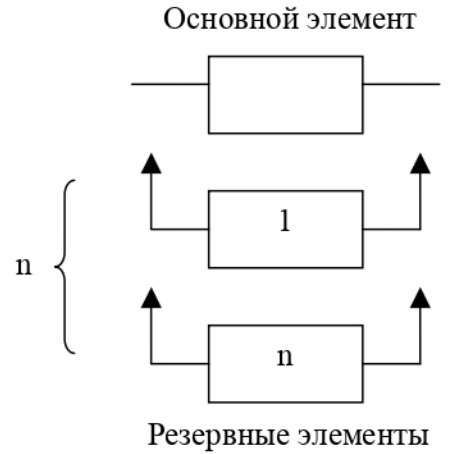
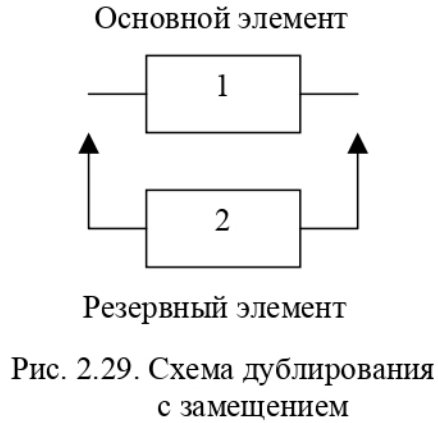
где λ_1 - интенсивность отказов одного элемента.

В случае n -кратного резервирования замещением (рис. 2.30) вероятность безотказной работы $P(t)$ и наработка на отказ изделия m_{cp} определяются по формулам:

$$P(t) = \exp(-\lambda_1 t) [1 + \lambda_1 t + (\lambda_1 t)^2 / 2 + \dots],$$

$$m_{cp} = (n + 1) m_1,$$

где m_1 – наработка на отказ одного элемента.



2.6.4. Основные меры по обеспечению надежности

Меры по обеспечению надежности нормального функционирования изделия при его эксплуатации можно сгруппировать по следующим шести пунктам:

1. Разработка требований к надежности изделия.
2. Разработка программы обеспечения требуемой надежности, включая проектирование изделия, его изготовление и транспортировку.
3. Оценка проектов обеспечения надежности с помощью испытаний.
4. Рост надежности.
5. Постоянный контроль надежности.
6. Постоянный анализ надежности.

В настоящей работе рассмотрим только обеспечение надежности с помощью испытаний. Проведение испытаний на надежность осуществляется в основном с целью верификации прогноза надежности. Эти испытания обычно проводятся в два этапа:

– испытания осуществляются в процессе проектно-конструкторского решения, разработки и изготовления узлов и прототипов моделей. Целью этих испытаний является раннее установление характера кривой отказов, который может быть в дальнейшем исправлен путем улучшения проектно-конструкторского решения, использования деталей лучшего качества и, возможно, путем изменения технических условий. Важно организовать более ранний сбор данных обо всех отказах, и если это можно сделать, то испытания должны осуществляться независимой организацией или под ее наблюдением.

– испытаниям подвергаются завершенная продукция такого же стандарта, как и отгружаемая потребителю. Испытания могут быть как типовыми,

так и ускоренными. Надо обращать внимание на правильное документирование испытательных процедур, на представительность выборок.

Типовые испытания продукции или его частей в нормальных условиях связаны с рядом трудностей, если проектно-конструкторское решение обеспечивает большую среднюю наработку на отказ. В этом случае требуется большая наработка для проверки прогноза показателей с удовлетворительной степенью точности.

Установлено, что большинство дефектов является результатом механических воздействий и химических реакций. Поэтому можно повысить интенсивность отказов, подвергая продукцию испытаниям в тяжелых условиях. Практика показала, что результаты ускоренных испытаний достаточно хорошо коррелируются с результатами типовых испытаний. Ускоренные испытания позволяют значительно сократить сроки отработки изделия.

Процедура ускоренных испытаний охватывает несколько стадий с варьированием уровня перегрузок:

- испытания на условия среды (вибрация и температура) и переходные режимы. Целью испытаний на вибрацию является выявление дефектов, являющихся результатом недостаточно квалифицированного выполнения работ и дефектов проектирования, связанных с резонансом. Переходные режимы включения и выключения осуществляются для того, чтобы подвергнуть продукцию нормальным переходным процессам и заставить его «дышать», т.е. вызвать температурные циклы, под влиянием которых оборудование то «расширяется», то «сжимается»,

- испытания на перегрузки. Перегрузки разделяются на четыре ступени: низшая, средняя, высокая, чрезвычайная, в зависимости от вида продукции и условий ее эксплуатации.

Особое внимание при испытаниях изделия необходимо обращать на выполнение требований технической документации по средней наработке изделий на отказ и их долговечности. В комплекс испытаний входят испытания: на завершенность конструкции, на завершенность технологических процессов, на долговечность.

Испытания конструкции на завершенность. Эти испытания проводятся на первых опытных образцах изделия. Их цель – показать, что конструкция изделия удовлетворяет требованиям по надежности. При этом не имеет значения, каким способом был построен опытный образец и какие усилия пошли на его отладку. Если требуемый уровень надежности изделия не достигнут, конструкция должна быть улучшена. Испытания продолжаются до тех пор, пока изделие не будет удовлетворять всем заданным требованиям.

Испытания техпроцессов на завершенность. На протяжении этих испытаний регистрируются отказы в начальный период эксплуатации изделия. С помощью этих данных достигается полная согласованность между конст-

рукцией изделия и процессами, необходимыми для его изготовления, и определяется объем испытаний, необходимых для достижения требуемой надежности при доставке изделия потребителям.

Испытания проводятся также на первых образцах изделий. Эти образцы работают в течение заданного периода (периода приработки). Характеристики их работы тщательно контролируются, измеряется убывающая интенсивность отказов. После периода приработки собираются опытные данные, позволяющие измерить и проверить показатели эксплуатационной надежности изделия и сравнить их с результатами, полученными при испытании изделия на завершенность. Наблюдения, проведенные во время этих испытаний, позволяют задать величину периода приработки изделия.

Испытания на долговечность. На протяжении этих испытаний регистрируются износостойкие отказы элементов изделия, и строится их распределение. Полученные данные используются для устранения причин тех отказов, возникновение которых приводит к неприемлемому снижению ожидаемого срока службы изделия. Испытания на долговечность ведутся на ряде образцов данного изделия. При этих испытаниях надо определить границу перехода от постоянной интенсивности отказов к возрастающей и построить распределение для каждого наблюдаемого вида отказов.

3. ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

3.1. Задачи описательной статистики

Описательная статистика применяется для систематизации и описания данных наблюдения. Задачи, которые решает описательная статистика – это, прежде всего, задачи соединения и обобщения данных. Цель здесь состоит не только в том, чтобы извлечь и представить в самом сжатом виде существенную информацию об изделии или процессе, придав ей форму некоторой системы данных.

Описание данных обычно является начальным этапом в анализе количественных данных и часто – первым шагом к использованию других статистических процедур [21].

В качестве данных для описательной статистики может быть любая информация, которая отражает содержание наблюдений: опросы общественного мнения, показатели экономической и финансовой деятельности, характеристики производственных процессов и т.д. Характеристики выборочных данных могут служить основанием для выводов относительно характеристик всей совокупности данных. И какова бы ни была генеральная совокупность наблюдений, из которой черпаются данные, описательная статистика предлагает наиболее целесообразные способы, с помощью которых можно не только быстро выделить основное содержание полученной информации, но и провести дальнейший ее анализ с минимальной трудоемкостью [8].

3.2. Средства и методы описательной статистики

Для удобства использования информация о наблюдениях должна быть упорядочена в соответствии принятыми в статистике принципами. Методы статистического описания по своей природе – не что иное, как удобные способы такого изложения. В качестве основных средств описания информации наиболее широко используются графики и таблицы. Графическое представление данных наблюдения является наиболее наглядным и удобным для обобщения, что во многих случаях без дальнейшего анализа позволяет сделать необходимые выводы или определить явные причины необычного поведения или распределения данных. Можно отметить, что графические методы описания весьма чувствительны к необычному поведению данных, которые не просто выявить при количественном анализе. К графическим средствам отображения наблюдений можно отнести следующие:

- столбчатые графики,
- круговые диаграммы,
- полигоны,

- ленточные графики,
- z- образные графики,
- временные ряды,
- карты сравнения,
- контрольные карты,
- графики накопленных частот (огивы),
- диаграммы рассеяния (корреляционные поля),
- многомерные графики и др.

Большинство из перечисленных средств широко применяется на предприятиях для выявления отклонений, дефектов и причин несоответствий при обеспечении качества продукции и процессов. Как правило, поиски причин несоответствий требуют использования обширной информации, которая регистрируется как в форме графиков, так и в виде таблиц. При этом, учитывая системный характер работ по выявлению некачественной продукции, на многих предприятиях разработаны типовые бланки для заполнения информации о наблюдениях.

Такой форме регистрации данных отвечает **контрольный листок** – бумажный бланк, на котором заранее напечатаны контролируемые параметры, с тем, чтобы можно было легко и точно записать данные наблюдений или измерений. Его назначение имеет две цели: облегчить процесс сбора данных и упорядочить их для последующей обработки [19].

Рассмотрим некоторые типы контрольных листков в зависимости от назначения сбора информации.

Контрольный листок для регистрации видов дефектов (рис. 3.1). Каждый раз, когда рабочий или контролер обнаруживает дефект, он делает пометку (штрих) на бланке. На том же бланке в конце рабочего дня фиксируются итоговые данные по количеству каждого типа дефектов. К недостаткам этого листка можно отнести невозможность проведения расслоения данных.

Этот недостаток можно компенсировать заполнением **контрольного листка причин дефектов** (рис. 3.2). Листок выполнен таким образом, чтобы из

Типы дефектов	Группы данных	Итого
Трещины	/// //	10
Царапины	/// // /// //.../// //	42
Пятна	/// /	6
Деформация	/// // /// //.../// ////	104
Разрыв	///	4
Раковины	/// // /// //	20
Прочие	/// // ////	14
Итого		200

Рис. 3.1. Контрольный листок видов дефектов

него можно было выбрать необходимую информацию о дефектах, допущенных не только по вине рабочего или по причине неправильной настройки станка, но и определить появление брака, вызванное усталостью рабочего во второй половине дня или изменением условий работы. Очевидно, что анализ причин дефектов при такой регистрации данных значительно облегчается.

Оборудование	Рабочий	Понедельник		Вторник		Среда		Четверг		Пятница	
		до обеда	после обеда	до обеда	после обеда	до обеда	после обеда	до обеда	после обеда	до обеда	после обеда
Станок 1	A	•• х	• х	•••	• хх	•••	••••	••••	• хх	••••	••
	B	• хх	••• ххх	•••••	•••	•••••	•••••	•••••	•••	••	•••••
Станок 2	C	•• х	• х	••		•••••	•••••	••	• х	••	••
	D	•• х	• х	••	•••	•••	•••••	••	••	••	•

•: поверхностные царапины ★: неправильная форма х: раковины ■: другие
▲: дефекты конечной обработки

Рис. 3.2. Контрольный листок причин дефектов

Контрольный листок локализации дефектов (рис. 3.3) позволяет оценить качество отливки на наличие раковин как вдоль оси заготовки, так и по длине ее наружной и внутренней поверхностей. Такого типа контрольные листки полезны для диагноза процесса, поскольку причины дефектов часто можно найти, только исследуя места их возникновения.

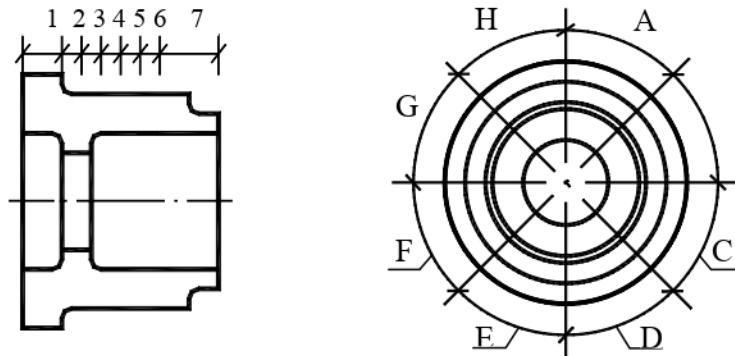
Контрольный листок для регистрации распределения измеряемого параметра (рис. 3.4) позволяет выявить изменения в размерах детали после проведения механической обработки. Как правило, такие листки заполняются для анализа стабильности технологического процесса путем построения гистограмм.

Стоит отметить, что в рассмотренных контрольных листках встречается все разнообразие регистрации данных в виде таблиц и графиков.

На практике применение графиков для регистрации информации считается предпочтительным, так как по ним легко оценить состояние процесса не только на данный момент, но и спрогнозировать более отдаленный результат по тенденции процесса, которую можно в нем обнаружить. Такие графики называются **временными рядами**. Пример временного ряда приведен на

рис. 3.5, на котором отражен характер изменения объема продаж продукции во времени. Такой вид регистрации данных широко применяется на производстве для проведения анализа стабильности технологических процессов.

1. Эскиз



2. Матрица расположения дефектов

Вдоль оси По окружности	1	2	3	4	5	6	7
A			/				
B							
C							
D							
E	///		/// /				
F	/	//					
G							
H							
	4	2	7				

Рис. 3.3. Контрольный листок локализации дефектов

	Отклонение	Замеры										Частота		
		5	10	15	20									
	-6													
	-5	X												1
	-4	X	X											2
	-3	X	X	X										4
	-2	X	X	X	X									6
	-1	X	X	X	X	X								9
8.300	0	X	X	X	X	X	X	X						11
	1	X	X	X	X	X	X	X	X					8
	2	X	X	X	X	X	X	X	X					7
	3	X	X	X	X	X	X	X	X					3
	4	X	X	X	X	X	X	X	X					2
	5	X	X	X	X	X	X	X	X					1
	6	X	X	X	X	X	X	X	X					1
	7	X	X	X	X	X	X	X	X					
Итого												55		

Рис. 3.4. Контрольный листок для регистрации распределения измеряемого параметра

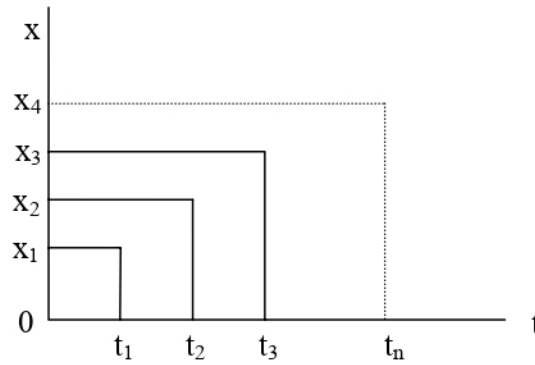


Рис. 3.5. Временной ряд: x – значение показателя, t – время

Очень удобны для анализа **столбчатые графики**, которые наглядно характеризуют приоритеты тех или иных факторов при оценке какого-либо события. Так, например, по рис. 3.6 по высоте столбиков легко определить главные стимулы покупки товара. Еще более красноречив столбчатый график причин потерь клиентов фирмы «Ксерокс» (рис. 3.7). Эти графики позволяют сравнить эффективность действия разных факторов на один показатель [4]. Частным случаем столбчатого графика является **гистограмма распределения** (рис. 3.8), которая применяется для регистрации распределения какого-то показателя (частоты) от **одного** фактора (коэффициент деформации). Гистограммы являются одним из наиболее эффективных средств для оценки вариабельности технологической системы.

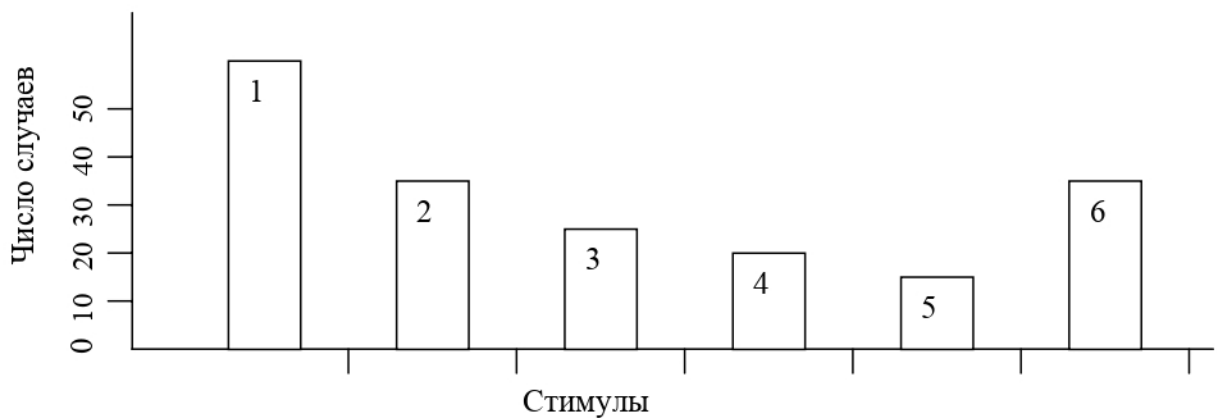


Рис. 3.6. Стимулы покупки изделия: 1 – качество, 2 – снижение цены, 3 – сроки поставки, 4 – дизайн, 5 – доставка, 6 – прочие

Графики накопленных частот (огивы) представляют собой кривые накопленных частот. На таком графике по оси ординат (Y) откладывают либо общее количество, либо процент всех наблюдений, в которых значение некоторой величины не превышает данного значения из интервала возможных результатов. По оси ординат (Y) откладывают накопленные частоты (рис. 3.9). Поскольку частоты не могут принимать отрицательных значений, кривые накопленных частот являются монотонно неубывающими. Такой кривой описывают вероятность распределения параметра.

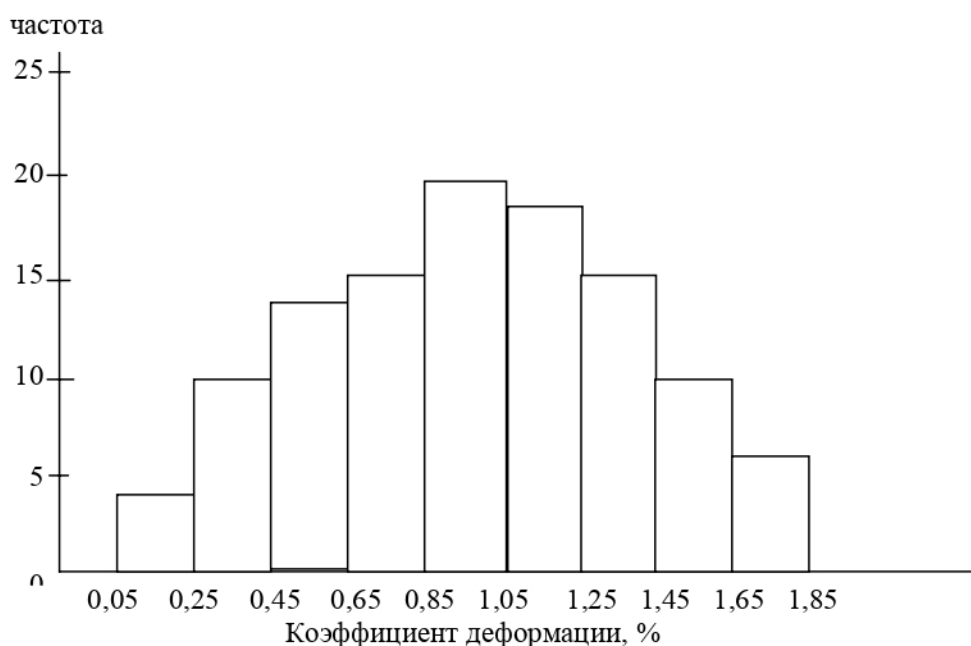


Рис. 3.8. Гистограмма распределения

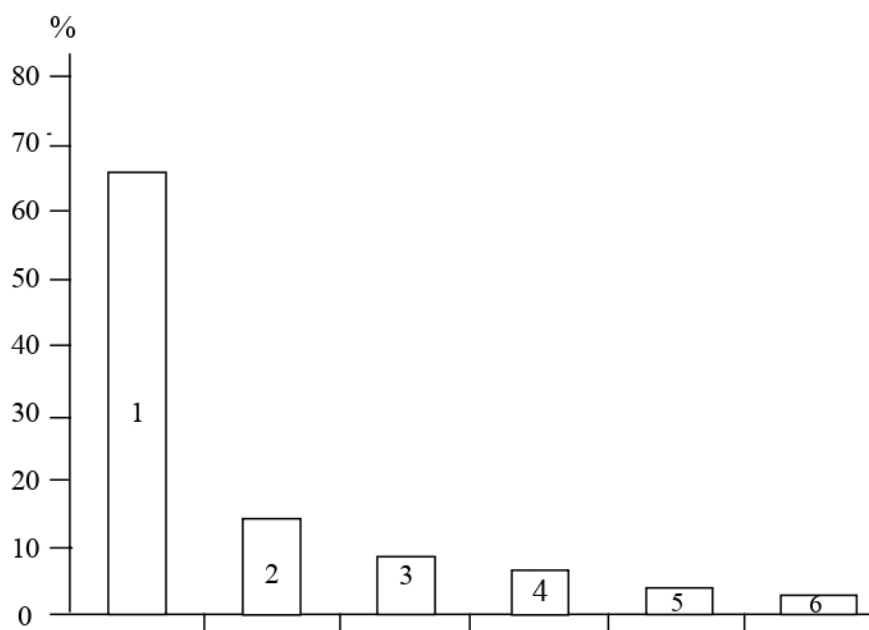


Рис. 3.7. Причины потерь клиентов:

1 – безразличное отношение со стороны каких-либо разработчиков фирмы (68%); 2 – неудовлетворенность продукцией (14%); 3 – конкуренция (9%); 4 – влияние друзей (5%); 5 – переезд на новое место (3%); 6 – смерть (1%)

Большой популярностью, особенно в отчетной документации, пользуются **круговые графики**. Ими выражают соотношение составляющих какого-либо целого параметра и всего параметра в целом. Например, соотношение отпускной цены отдельно по ее составляющим и полной отпускной ценой (рис. 3.10). Глядя на график, можно сразу оценить наиболее значимые составляющие цены. Такие графики удобно использовать при решении про-

блемы повышения конкурентоспособности изделия за счет снижения затрат по отдельным составляющим в себестоимости продукции.

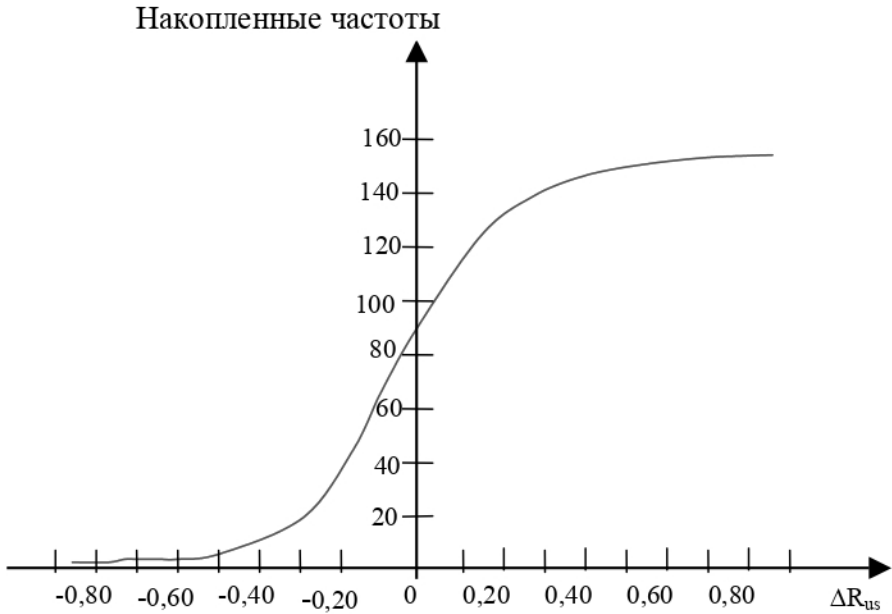


Рис. 3.9. Огиба для ΔR_{us}

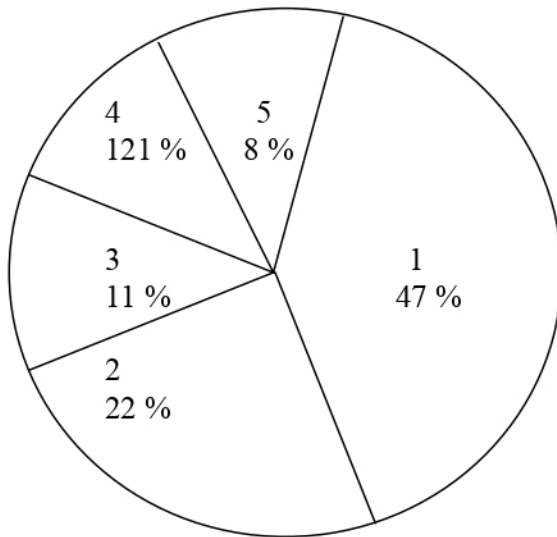


Рис. 3.10. Составляющие отпускной цены изделия:
1 – материалы, 2 – заводские изделия, 3 – прямые трудозатраты,
4 – затраты на обеспечение качества, 5 – прибыль

Ленточный график применяется, как и круговой, для наглядного представления соотношения составляющих какого-либо параметра, но вместе с этим он одновременно отражает изменение этих составляющих во времени. На рис. 3.11 приведен пример ленточного графика соотношения сумм выручки от продажи по отдельным видам изделий в порядке убывания их вклада в выручку и их изменения по годам [6]. При взгляде на график видно, что доля выручки от продажи изделия С из года в год увеличивается, а доля выручки изделий А и В – уменьшается. Учитывая, что количество прибыльных изде-

лий со временем снижается, то можно сделать вывод о целесообразности разработки новых видов изделий.

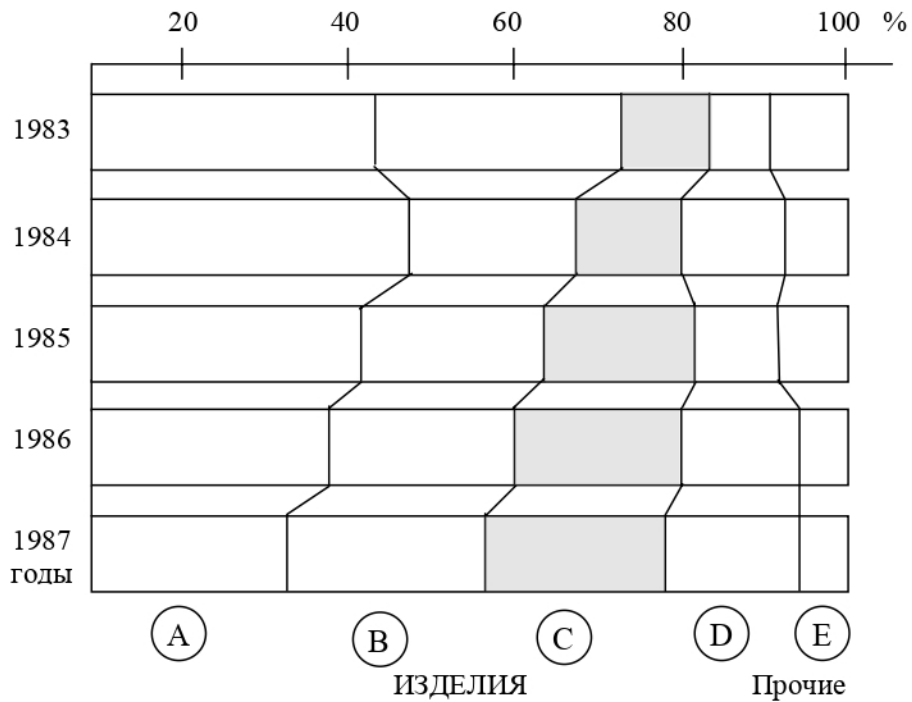


Рис. 3.11. Соотношения сумм выручки от продаж по отдельным видам изделий

Z-образный график применяется для оценки общей тенденции при регистрации данных по месяцам (объем сбыта, объем производства и т.д.).

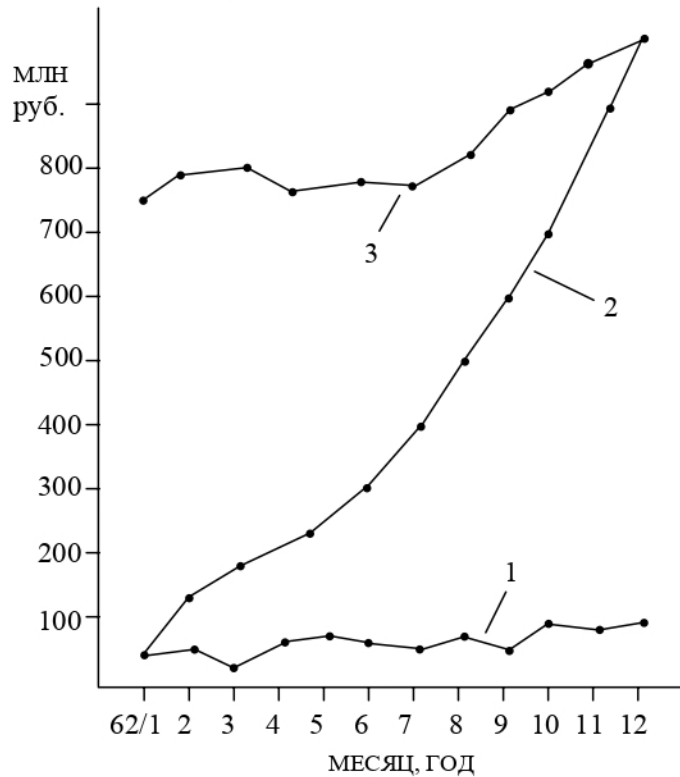


Рис. 3.12. Контроль суммы выручки:
 1 – выручка по месяцам; 2 – кумулятивная сумма выручки по месяцам; 3 – изменённая итоговая выручка

График строится следующим образом [6]:

- откладываются значения параметра (например, объем выручки) по месяцам (за период одного года) (кривая 1 на рис. 3.12),
- вычисляется кумулятивная сумма за каждый месяц, и результаты наносятся на график (кривая 2),
- вычисляются итоговые значения параметра, изменяющиеся от месяца к месяцу (меняющийся итог), которые наносятся на график (кривая 3). За меняющийся итог принимается значение параметра за год, предшествующий данному месяцу.

Z-образный график особенно нагляден при отражении динамики изменения числа дефектных изделий и их суммарного числа относительно прошедших периодов, для оценки характера изменения себестоимости продукции и других случаев.

Контрольные карты используются в виде графиков хода технологического процесса, т.е. отражают динамику процесса (рис. 3.13). Можно с уве-

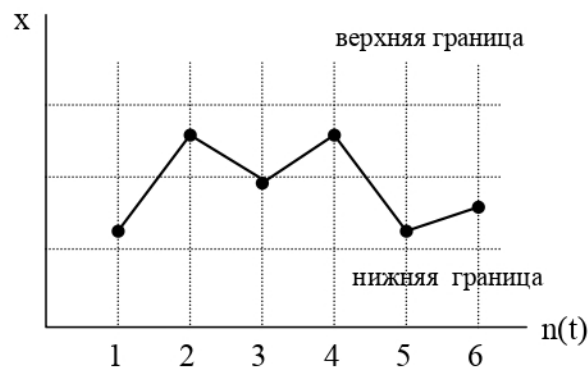


Рис. 3.13. Контрольная карта: x – значение показателя, $n(t)$ – номер (или время) измерения

ренностью сказать, что контрольные карты сегодня являются наиболее распространенным средством описательной статистики.

Диаграммы рассеяния являются самым удобным графическим отображением характера зависимости двух или более величин (рис. 3.14). В статистической литературе этот график часто называют **корреляционным полем**.

Как правило, наблюдаемая информация фиксируется как в графической, так и в табличной форме. Табличная форма регистрации данных удобна для проведения группировки экспериментальных данных. Такие **таблицы** называются **статистическими**. Таблицы бывают простыми и сложными.

К **простым** относятся таблицы, применяемые при альтернативной группировке, когда одна группа данных противопоставляется другой. Например, количество брака при изготовлении одинакового количества деталей, допущенного разными рабочими, работающими на одном и том же станке до обеда и после обеда в разные дни недели (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Время работы	Рабочий А	Рабочий Б	Всего
До обеда	12	4	16
После обеда	7	15	22
Всего	19	19	38

Из таблицы видно, что при одинаковом дневном качестве работы рабочий А с более высоким качеством работает после обеда, а рабочий Б – до обеда, что, вероятно, вызвано их психологическими особенностями.

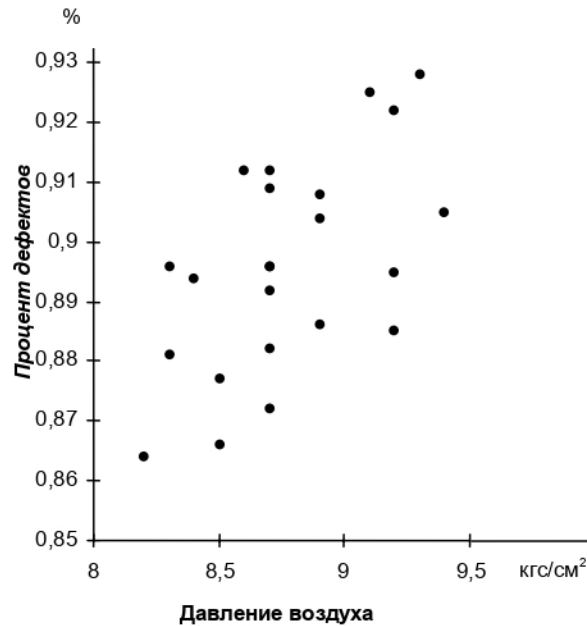


Рис. 3.14. Диаграмма рассеивания: зависимость числа дефектов (в %) от давления сжатого воздуха

Простые таблицы рекомендуется использовать, когда регистрируются численные показатели, относящиеся к одному классу объектов.

Усложнение таблиц происходит за счет возрастания объема и степени дифференцирования представленной информации. К **сложным таблицам** относятся многопольные таблицы, в которых данные наблюдений в дальнейшем используются для выяснения причинно-следственных отношений между варьирующими признаками [6].

Особую форму группировки данных представляют **статистические ряды**, или численные значения показателя, расположенного в определенном порядке. Статистические ряды делятся на вариационные, атрибутивные, ряды регрессии, ряды ранжированных значений признаков, ряды накопленных частот и т.д.

Например, **вариационным рядом** распределения называют двойной ряд чисел, показывающий, каким образом числовые значения признака (x) связаны с их повторяемостью (f) в данной выборке (табл.3.2):

Таблица 3.2

x	6	9	5	7	10	8	11	12
f	1	7	1	2	6	4	3	1

Описательная статистика имеет важное значение в процессах статистического управления качеством не только как банк данных по наблюдаемым и измеряемым явлениям и событиям, но и как предварительный этап анализа причин, вызывающих несоответствия и отклонения параметров от нормативной документации. В конечном счете, именно эти причины приводят к отбраковке продукции и повышению затрат на ее производство.

4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

4.1. Основные понятия по обеспечению точности технологических процессов

Под точностью в технологии машиностроения понимается степень соответствия производимых изделий их заранее установленному прототипу. В качестве прототипа может выступить и макет, и опытный образец, и документация. Чем больше соответствие, тем выше точность. Чем выше точность, тем выше надежность продукции, а, значит, и ее качество. Вместе с этим на всех этапах технологического процесса изготовления продукции неизбежны те или иные погрешности, в результате чего абсолютной точности достичь практически невозможно.

Точность изделий во многом зависит от качества исходных материалов, полуфабрикатов, комплектующих изделий, точности изготовления деталей и точности сборки узлов и всего изделия. Точность – важнейший фактор повышения эксплуатационных качеств изделий и удовлетворения все растущих требований потребителей.

При решении вопросов точности технологических процессов устанавливаются необходимую точность изготовления изделия исходя из предъявляемых к нему требований и его функционального назначения. Заказчику (покупателю) продукции нужна не самая высокая точность, а такая, какая в данный момент удовлетворяет его потребностям. Заданная точность определяет соответствующую структуру построения технологического процесса, необходимые методы и средства технического контроля процессов и продукции, устанавливает требования к экономичности производства [22].

В зависимости от того, какие требования необходимо выдержать, подход к решению вопроса точности технологических процессов будет различным. Так, для быстрходных изделий расчеты точности следует делать с учетом динамических явлений. Особо рассматриваются тепловые явления, допустимый износ, качество сопряженных поверхностей и т.д.

Высокая точность требует затрат. При жестких допусках, то есть с повышением точности изготовления изделия возрастает трудоемкость обработки и себестоимость продукции (рис. 4.1), причем себестоимость возрастает быстрее трудоемкости. Очевидно, что для каждого конкретного случая требуется оптимальное решение по назначению необходимой точности. На рис.4.2 показано, как с изменением величины зазора δ между плунжером и цилиндром гидравлической машины изменяются затраты и на изготовление пары, и на эксплуатацию машины. Зависимость суммарных затрат от вели-

чины зазора позволяют определить наиболее экономически выгодный размер допуска на зазор.

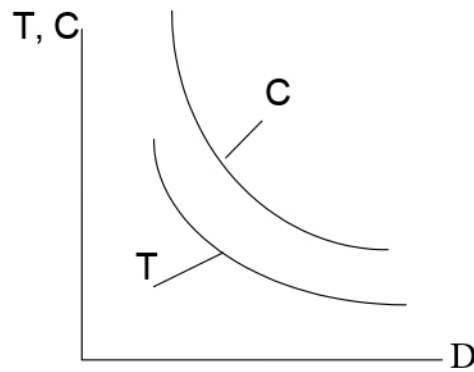


Рис. 4.1. Зависимость себестоимости (C) и трудоемкости (T) от увеличения поля допуска (D)

Особое значение имеет точность сборочных процессов. При сборке сложного изделия могут иметь место ошибки взаимного положения его элементов, некачественные сопряжения, деформации соединяемых деталей. Неправильная сборка узлов вращения (шпиндели, роторы лопаточных машин) вызывает их осевое и радиальное биение, а также неуравновешенность. Перекосы деталей в узлах трения приводят к их неравномерному и интенсивному износу, нагреву, к возможности задиров (царапин) поверхностей скольжения. Именно от неточности самой сборки или выбора нерационального метода обеспечения точности замыкающего звена возникает большинство отказов при эксплуатации изделий.

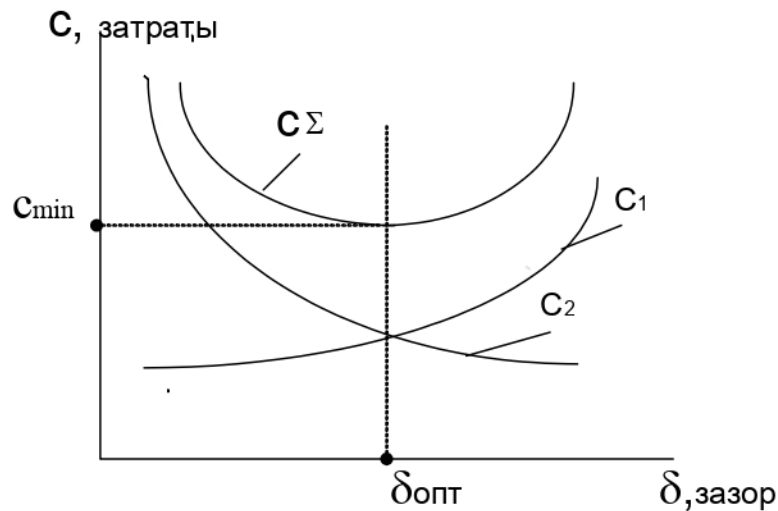


Рис. 4.2. Определение оптимального зазора δ между плунжером и цилиндром: C_1 — эксплуатационные расходы; C_2 — себестоимость изготовления плунжерной пары; C_{Σ} — суммарные затраты

Устанавливая жесткий допуск на размер, конструктор должен всегда думать, как он может быть обеспечен на производстве. С одной стороны, ужесточение допусков является стимулом для производителя к внедрению мероприятий по повышению точности технологических процессов, что обес-

печивает повышение качества продукции, а это важный фактор конкурентоспособности. Но, с другой стороны, жесткие допуски требуют проведения серьезной работы по снижению вариабельности технологической системы, что достигается значительными капитальными затратами по внедрению технологического оборудования повышенной точности, приобретению современного режущего инструмента, коренному улучшению системы переподготовки и повышения квалификации инженерного корпуса и производственных рабочих. Большие капитальные затраты приведут к повышению себестоимости продукции, являющейся не менее важным, чем качество, фактором конкурентоспособности. На стыке допуска на размер и поля рассеяния этого размера в процессе производства лежат самые большие проблемы предприятия по оптимизации экономических и технических факторов, обеспечивающих конкурентоспособность продукции. И среди этих факторов важнейший – обеспечение точности элементов конструкции изделия за счет снижения вариабельности технологической системы.

4.2. Статистическое установление допуска

При проектировании конструкции или технологических процессов возникают задачи расчета конструкторских или операционных допусков, характеризующих точность взаимного расположения сопрягаемых деталей.

Допуск – это интервал, в котором допускается отклонение числовой характеристики параметра от его номинального (расчетного) значения. Допуск указывается в стандартах, технических требованиях или на чертежах в виде двух предельных размеров (наибольшего и наименьшего), между которыми находится действительный размер, или в виде симметричных отклонений от номинального значения параметра. Так, например, если задана твердость поверхности детали 60-63 HRC, то допуск твердости равен трем единицам HRC; если задан размер детали $50 \pm 0,6$, то допуск размера равен 1,2 мм.

Допуск устанавливается для обеспечения необходимого качества изделия и взаимозаменяемости деталей или целых узлов машин и механизмов. От величины допуска зависит выбор метода обработки, технологического оборудования, способа контроля и, в конечном счете, стоимости изготовления. Кроме допуска на изготовление, устанавливается также допуск на изменение характеристик изделия в процессе эксплуатации. При расчете операционных допусков вместо понятия допуск T оперируют понятием поле рассеяния ω .

Взаимное расположение деталей сборочных соединений или расположение сборочных элементов изделий, а также отдельных поверхностей деталей определяется линейными и угловыми размерами, устанавливающими рас-

стояния между соответствующими поверхностями или осями и образующими замкнутые размерные цепи [5,13].

Размерной цепью называется совокупность размеров, расположенных по замкнутому контуру, определяющих взаимное расположение поверхностей или осей поверхностей одной детали. Размерные цепи бывают **конструкторскими** и **технологическими**, в зависимости от функциональных задач расчета. Если конструкторские размерные цепи определяют расстояния или относительный поворот между поверхностями и осями поверхностей в конструкции изделия, то технологические размерные цепи определяют расстояния между поверхностями изделия при выполнении операций обработки или сборки, при настройке станка или расчете припусков.

Размеры, входящие в размерную цепь, называются *звеньями*. Звено размерной цепи, являющееся исходным при постановке задачи или последним в результате ее решения, называется **исходным** или **замыкающим звеном**. Остальные звенья цепи называются **составляющими**. Относительно исходного звена определяются допуски и предельные отклонения размеров составляющих звеньев.

На рис. 4.3 показаны виды размерных цепей. На рис. 4.3,а звено A_0 является замыкающим, так как определяется суммой допусков составляющих звеньев, а на рис. 4.3,б и 4.3,в звено A_0 является исходным, так как по величине зазора определяются допуски составляющих звеньев. На рабочих чертежах деталей размер замыкающего (исходного) звена обычно не указывается, так его точность оговаривается техническими условиями.

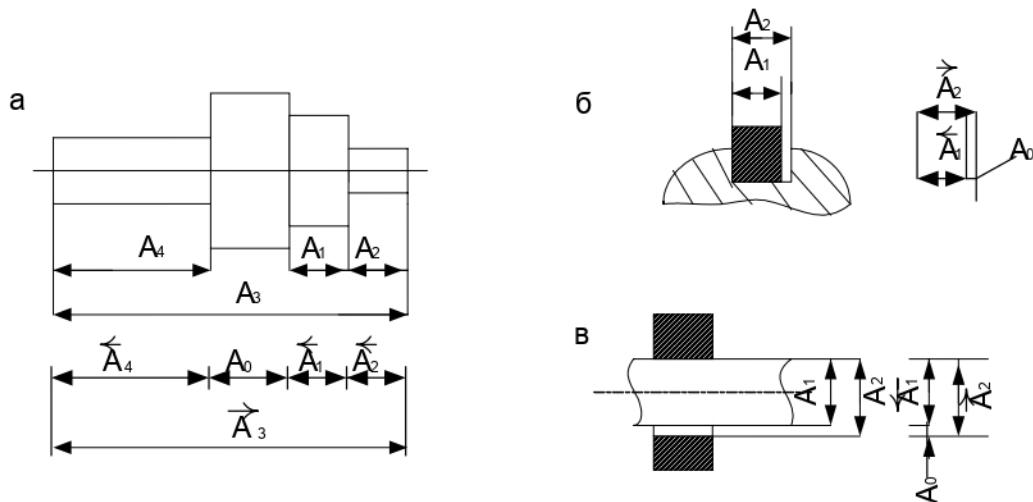


Рис. 4.3. Виды размерных цепей: а – чертёж; б, в – схема размерной цепи

Построение схемы размерной цепи начинают от одной из поверхностей (осей), ограничивающих замыкающее (исходное) звено. При этом устанавливают звенья размерной цепи, непосредственно участвующие в решении поставленной задачи, и доходят до второй поверхности (оси), ограничивающей замыкающее (исходное) звено.

Целью расчета размерной цепи является решение одной из двух следующих задач:

- прямая задача (проектная). По заданным параметрам исходного звена определить параметры (предельные отклонения и допуск) составляющих звеньев;

- обратная задача (проверочная). По известным параметрам составляющих звеньев определяются параметры (номинальный размер, допуск и предельные отклонения) замыкающего звена.

В зависимости от поставленной задачи расчет размерных цепей производится следующими методами:

- полной взаимозаменяемости,
- неполной взаимозаменяемости,
- групповой взаимозаменяемости,
- регулирования,
- пригонки.

В полной мере из перечисленных методов к статистическим можно отнести только метод неполной взаимозаменяемости. Для сравнения нами будет также кратко рассмотрен метод полной взаимозаменяемости, который производственники обычно называют методом максимума-минимума. Остальные методы будут только обозначены.

Учитывая, что от названия «исходное» или «замыкающее» звено не изменяются математические подходы к решению задачи, в дальнейшем будем оперировать только названием «замыкающее» звено.

Метод полной взаимозаменяемости. Этот метод **обеспечивает** достижение требуемой **точности замыкающего звена** размерной цепи путем включения в нее звеньев **без разбора**, подбора или изменения их значений. При этом любая деталь, изготовленная по принципу метода полной взаимозаменяемости, может быть использована при сборке без всякой подгонки или подбора. Этот метод еще называют методом максимума – минимума, потому что он учитывает только предельные отклонения звеньев и самые неблагоприятные их сочетания.

Расчет начинается с построения размерной цепи (рис. 4.4,б), определяющей размерные связи рассматриваемой детали (рис. 4.4, а). Замыкающим звеном в этой размерной цепи является звено A_0 . Найдем соотношения для определения номинального значения замыкающего звена A_0 и его поля допуска TA_0 .

При решении используются принципы обратной задачи: по заданным параметрам составляющих звеньев найти номинальные размеры и допуск замыкающего звена. В общем случае номинальное значение замыкающего звена равно алгебраической сумме номинальных значений составляющих звеньев. Чаще при определении A_0 используется следующая формула:

$$A_0 = \sum^m \vec{A}_i - \sum^k \bar{A}_i$$

где \vec{A}_i – размер i -го увеличивающего звена,
 \bar{A}_i – размер i -го уменьшающего звена,
 m – количество увеличивающих звеньев,
 k – количество уменьшающих звеньев.

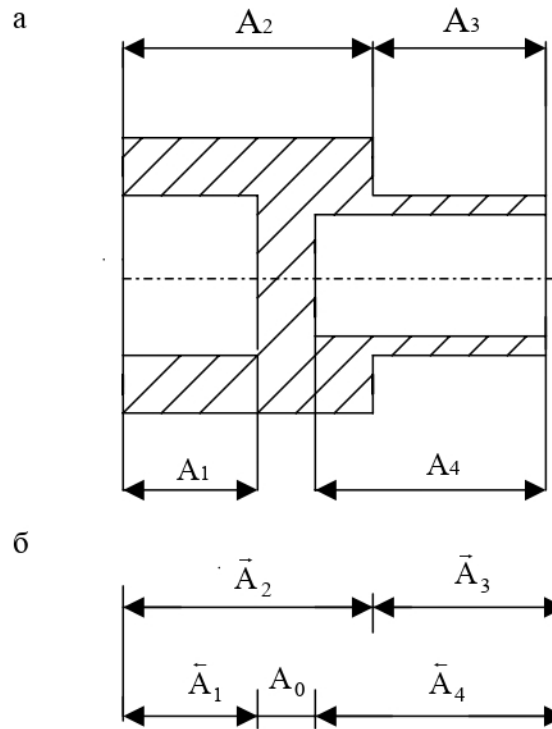


Рис. 4.4. Построение размерной цепи: а) чертеж детали,
 б) размерная цепь: \vec{A}_i – увеличивающие звенья, \bar{A}_i – уменьшающие звенья

Общее количество звеньев в цепи $n = m + k + 1$, из них составляющих $n - 1$. Уменьшающее звено – такое звено, с увеличением которого замыкающее звено уменьшается. Оно находится на одной ветви с замыкающим звеном. Увеличивающее звено – такое звено, с увеличением которого замыкающее звено увеличивается. Увеличивающие и уменьшающие звенья находятся на разных ветвях размерной цепи. Для нашего примера (рис. 4.4) имеем

$$A_0 = (A_2 + A_3) - (A_1 + A_4). \quad (4.1)$$

Также подсчитываются наибольшие и наименьшие размеры замыкающего звена:

$$A_{0 \max} = (A_{2 \max} + A_{3 \max}) - (A_{1 \min} + A_{4 \min}), \quad (4.2)$$

$$A_{0 \min} = (A_{2 \min} + A_{3 \min}) - (A_{1 \max} + A_{4 \max}). \quad (4.3)$$

Разность наибольшего и наименьшего предельных размеров замыкающего звена определяет величину его допуска TA_0 . Это условие распространяется и на составляющие звенья. Очевидно, что при вычитании величин уравнения (4.3) из уравнения (4.2) получим допуск замыкающего звена:

$$TA_0 = TA_1 + TA_2 + TA_3 + TA_4 = \sum_{i=1}^{n-1} |TA_i|. \quad (4.4)$$

Следует обратить внимание, что независимо от того, положительные или отрицательные значения допусков составляющих звеньев, **допуск замыкающего звена** по методу полной взаимозаменяемости всегда **равен сумме абсолютных значений допусков составляющих звеньев**.

При расчете размерных технологических цепей в формулу (4.4) вместо допуска записывается поле рассеивания ω :

$$\omega_0 = \sum_{i=1}^{n-1} \omega_i, \quad (4.5)$$

где ω_i – поле рассеивания i -го составляющего звена.

Расчет предельных отклонений замыкающего звена рассмотрим для простоты на следующем **примере**.

На детали, изображенной на рис. 4.4, определить рассматриваемым методом: номинальный размер замыкающего звена, величину его допуска, предельные отклонения ESA_0 (верхнее) и EIA_0 (нижнее), координату середины поля допуска EsA_0 при следующих значениях составляющих звеньев:

$$A_1 = 35^{+0,16} \text{ мм}; A_2 = 60^{-0,30} \text{ мм}; A_3 = 20^{+0,13} \text{ мм}; A_4 = 40^{+0,16} \text{ мм}.$$

Номинальный размер замыкающего звена определится по формуле (4.1) в виде $A_0 = (60 + 20) - (35 + 40) = 5$ мм. Допуск замыкающего звена по формуле (4.4) равен $TA_0 = 0,16 + 0,30 + 0,13 + 0,16 = 0,75$ мм. По заданным условиям допусков составляющих звеньев можно записать предельные верхние отклонения: $ES35 = +0,16$ мм; $ES60 = 0$; $ES20 = +0,13$ мм; $ES40 = +0,16$ мм, а предельные нижние отклонения: $EI35 = 0$; $EI60 = -0,30$ мм; $EI20 = 0$; $EI40 = 0$. Тогда предельные отклонения для замыкающего звена составят:

$$ESA_0 = (ES60 + ES20) - (EI35 + EI40) = (0 + 0,13) - (0 + 0) = 0,13 \text{ мм};$$

$$EIA_0 = (EI60 + EI20) - (ES35 + ES40) = (-0,30 + 0) - (0,16 + 0,16) = -0,62$$

мм.

Поле допуска $TA_0 = ESA_0 - EIA_0 = 0,13 - (-0,62) = 0,75$, что совпадает с расчетом по формуле (4.4).

Расчет допусков размеров составляющих звеньев при известном значении допуска замыкающего звена сводится в основном к определению величины среднего допуска на составляющее звено T_{cp} :

$$T_{cp} = TA_0 / (n-1). \quad (4.6)$$

Полученное значение среднего допуска привязывается к допускам соответствующего качества точности по ГОСТ. Затем, учитывая производственные трудности выполнения размеров отдельных составляющих звеньев и их величину, производится корректировка значения среднего допуска в ту или иную сторону.

При расчете технологических цепей получим значение среднего поля рассеяния ω_{cp} :

$$\omega_{cp} = \omega_0 / (n - 1). \quad (4.7)$$

На практике задача подборки допусков производится путем пробных расчетов. Сначала на все составляющие звенья назначаются, исходя из уравнения (4.6), экономически достижимые допуски при предполагаемых видах обработки рассматриваемых поверхностей. После этого определяется величина ожидаемого поля рассеяния замыкающего звена ω_0 . Полученные значения ω_0 сравниваются с требуемым в проектируемом изделии допуском замыкающего звена. Если характеристики ожидаемого рассеяния превышают допускаемые значения колебаний замыкающего звена, то производится ужесточение допусков одного или нескольких составляющих звеньев, после чего проводится проверочный расчет размерной цепи.

Метод неполной взаимозаменяемости. При использовании этого метода **требуемая точность** замыкающего звена **обеспечивается** у заранее обусловленной **части объектов** путем включения в размерную цепь составляющих звеньев без их выбора, подбора или изменения их значений. В основу метода положен вероятностный расчет допуска замыкающего звена.

С учетом изложенного рассчитаем поле допуска замыкающего звена. В соответствии с положениями теории вероятностей суммирование случайных величин производится квадратически, причем сумма этих величин представляет собой также случайную величину, изменяющуюся по определенному закону распределения. При этом закон распределения размеров замыкающего звена тем ближе к закону нормального распределения, чем больше составляющих звеньев имеет размерная цепь. Наименьшее число составляющих звеньев ($n-1$), при котором происходит распределение размеров замыкающего звена по закону нормального распределения, составляет (при распределении размеров составляющих звеньев цепи по соответствующим законам): четыре звена с равновероятным распределением, или три звена с распределением по закону Симпсона (по закону равнобедренного треугольника), или два звена с нормальным распределением. На практике (особенно при проектных расчетах) законы распределения составляющих звеньев часто неизвестны, поэтому применение вероятностного метода расчета считается правильным при числе составляющих звеньев размерной цепи не менее четырех. С учетом вышесказанного допуск замыкающего звена определяется формулой:

$$TA_0 = t \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 \cdot TA_i^2}, \quad (4.8)$$

где t – коэффициент риска, характеризующий вероятность выхода отклонений замыкающего звена за пределы допуска (например, при $t = 3$ вероятность выхода параметра за пределы допуска равна 0,27%),

λ_i – коэффициент, квадрат которого характеризующий закон распределения, составляет для нормального закона распределения $\lambda_i^2 = 1/9$,

для закона Симпсона $\lambda_i^2 = 1/6$,

для закона равной вероятности $\lambda_i^2 = 1/3$.

Для поля рассеяния ω_0 имеем аналогичную формулу

$$\omega_0 = t \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 \cdot \omega_i^2}. \quad (4.9)$$

Если в уравнение (4.6) или (4.7) подставить значения λ_i и t по закону нормального распределения ($t=3$; $\lambda_i^2 = 1/9$), то получим

$$TA_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} TA_i^2} \quad (4.10)$$

или

$$\omega_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \omega_i^2}. \quad (4.11)$$

При проектных расчетах размерных цепей, когда законы распределения размеров составляющих звеньев неизвестны, условно принимается одинаковый закон распределения для всех звеньев, соответствующим закону Симпсона. Тогда имеем для допуска и поля рассеяния замыкающего звена:

$$TA_0 = 1,2 \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} TA_i^2} \quad (4.12)$$

$$\omega_0 = 1,2 \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \omega_i^2}. \quad (4.13)$$

Затем рассчитываются значения предельных отклонений замыкающего звена аналогично расчету по методу полной взаимозаменяемости (см. предыдущий пример).

Рассчитаем допуски составляющих звеньев по методу неполной взаимозаменяемости, если имеется значение допуска замыкающего звена. Допуски размеров составляющих звеньев при расчете цепей вероятностным методом определяются принципиально так же, как и при их расчете на максимум-минимум. Различие сводится к замене арифметического суммирования геометрическим суммированием. Расчет начинается с определения среднего значения допуска составляющих звеньев T_{cp} . При нормальном распределении размеров составляющих звеньев получим

$$T_{cp} = \frac{TA_0}{\sqrt{n-1}}. \quad (4.14)$$

При распределении размеров составляющих звеньев по закону Симпсона получим

$$T_{\text{cp}} = \frac{TA_0}{1,2 \cdot \sqrt{n-1}}. \quad (4.15)$$

Рассмотрим **пример**.

Установить по методу неполной взаимозаменяемости допуски линейных размеров деталей корпуса, изображенного на рис. 4.5, и определить необходимость их ужесточения при условии обеспечения зазора A_0 в пределах от 1,0 до 1,75 мм. Линейные размеры звеньев: $A_1 = 140$ мм, $A_2 = 5$ мм, $A_3 = 101$ мм, $A_4 = 50$ мм, $A_5 = 5$ мм. Размеры составляющих звеньев распределены по закону Симпсона.

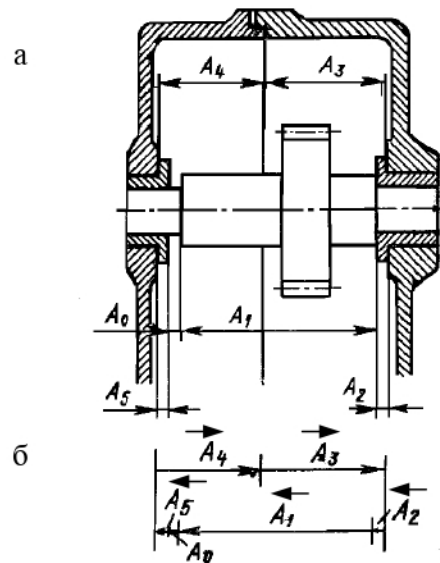


Рис 4.5. Размерная цепь редуктора: а) – чертёж, б) – схема размерной цепи

Определяем средний допуск составляющих звеньев по формуле (4.15):

$$T_{\text{cp}} = \frac{0,75}{1,2 \cdot \sqrt{6-1}} = 0,28 \text{ мм.}$$

Эта величина допуска для среднего размера деталей приблизительно соответствует точности 12-го качества. В связи с этим на все размеры составляющих звеньев рассчитываемой размерной цепи устанавливаются допуски по h12 и H12: $A_1 = 140 - 0,40$; $A_2 = 5 - 0,12$; $A_3 = 101 + 0,35$; $A_4 = 50 + 0,25$; $A_5 = 5 - 0,12$.

Поле рассеяния замыкающего звена ω_0 , определенное по формуле (4.13), при этом составляет

$$\omega_0 = 1,2 \cdot \sqrt{0,4^2 + 0,12^2 + 0,35^2 + 0,25^2 + 0,12^2} = 0,734 \text{ мм,}$$

то есть меньше установленного допуска замыкающего звена $TA_0 = 0,75$ мм. В связи с этим отпадает необходимость ужесточения допуска отдельных составляющих звеньев.

Если это же поле рассеяния посчитать по методу максимума-минимума, то получим $\omega_0 = 1,24$ мм, т.е. в 1,7 раза больше.

Практика показывает, что применение вероятностного метода по сравнению с методом полной взаимозаменяемости позволяет в 1,6 – 1,8 раза рас-

ширить допуски на обработку заготовок, что уменьшает затраты на изготовление изделия.

4.3. Оценка точности технологической системы (измерительный анализ)

Влияние точности технологической системы на качество производственных процессов было замечено давно. Но статистическое обоснование вариативности системы, зависящей от различных, в большинстве своем случайных, производственных факторов, дал известный американский ученый В. Шухарт только в 20-м веке. Он выявил, что вариации (отклонения) в системе по своему происхождению вызываются двумя принципиально различными причинами: общими и специальными.

Общими причинами считаются те, которые являются неотъемлемой частью данного процесса, то есть внутренне ему (процессу) присущие. Общие причины связаны с точностью поддержания параметра и условий осуществления процесса, с идентичностью условий на входах и выходах процесса и т.д. Эти причины являются результатом совместного воздействия большого количества случайных величин, каждая из которых вносит относительно малый вклад в результирующую вариацию системы. Именно отсутствие доминирующих по значению причин и дает относительную стабильность процесса. Совокупность малых вариаций создает устойчивую технологическую систему.

Специальными причинами вариаций считаются воздействия на процесс (или на систему) внешних факторов, внутренне не присущих системе и не предусмотренных нормальным ходом процесса. Как правило, в результате воздействия специальных причин и происходит отклонение параметров от заданных значений параметров.

Разделение причин вариаций на два указанных вида определяет и разные методы борьбы с вариациями. В.Шухарт выдвинул два основных принципа борьбы с вариациями:

- искать не виновников брака, а вовлекать всех причастных к поиску и устранению причин несоответствий (отклонению параметров за границы допустимых значений),
- искать источники несоответствий в вариациях процесса.

Таким образом, стабилизировать процесс - это сделать его устойчивым к внешним воздействиям, что и является главной задачей статистических методов управления процессами.

Рассмотрим на примере изготовления деталей машин основные причины вариаций механической обработки и порядок определения **суммарной погрешности обработки** [9,22]. Значение суммарной погрешности обработки

необходимо для правильного определения технологического допуска при проектировании технологических процессов.

Суммарную погрешность ω_0 , или поле рассеяния исследуемого размера, можно выразить в виде следующей функциональной зависимости:

$$\omega_0 = f(\Delta y, \varepsilon, \Delta n, \Delta u, \Delta t, \Sigma \Delta \phi),$$

где Δy – погрешность, вызванная упругими деформациями технологической системы,

ε – погрешность, вызванная установкой заготовки,

Δn – погрешность, связанная с настройкой режущего инструмента,

Δu – погрешность, вызванная размерным износом режущего инструмента,

Δt – погрешность, связанная с температурными деформациями технологической системы,

$\Sigma \Delta \phi$ – суммарная погрешность формы обрабатываемой поверхности.

Дадим краткую оценку каждой из составляющих погрешностей механической обработки.

Погрешность Δy возникает в результате упругих деформаций звеньев технологической системы под влиянием нестабильности сил резания. Колебания элементов системы связаны с изменением глубины резания в процессе обработки, вызванным различной твердостью обрабатываемого материала по длине или диаметру заготовки. Кроме того, для разных заготовок не сохраняется одна и та же предварительная величина настройки инструмента на размер (глубину резания). Одновременно на эти причины накладываются деформации звеньев технологической системы, вызванные затуплением режущих кромок инструмента. Учитывая многочисленность причин упругих деформаций, распределение погрешности Δy можно принять по нормальному закону распределения.

Аналогичный характер распределения имеет погрешность, связанная с установкой заготовки ε , представляющая собой сумму погрешностей базирования ε_6 , погрешности закрепления ε_3 и погрешности положения $\varepsilon_{пр}$, вызываемой неточностью приспособления.

Погрешность, связанная с настройкой режущего инструмента Δn является разностью предельных положений режущего инструмента на станке при настройке его на выполняемый размер. Для каждой партии заготовок текущее значение настроечного размера является случайной величиной, распределение которой также близко к нормальному закону.

Погрешность, вызванная размерным износом инструмента Δu , связана с систематическим изменением положения его режущей кромки относительно исходной установочной базы заготовки в процессе обработки. В результате этого выполняемый размер непрерывно изменяется между двумя сменами

или поднастройками инструмента. Можно считать, что распределение размерного износа Δu протекает по закону равной вероятности.

Погрешность размера, вызываемая температурными деформациями технологической системы Δ_T , изменяется во времени по нелинейной зависимости: в начале работы она растет, а после достижения теплового равновесия системы стабилизируется. На практике распределение размеров, изменяющихся в результате температурных деформаций, принимаются по закону равной вероятности.

Суммарная погрешность формы $\Sigma\Delta\phi$ вызывается геометрическими неточностями станка, деформациями заготовки под влиянием сил закрепления и неравномерным по различным сечениям заготовки упругим отжатием звеньев технологической системы. Ее можно отнести к систематической погрешности.

Определение суммарной погрешности механической обработки можно проводить с использованием методов взаимозаменяемости, представив каждую погрешность как звено размерной цепи, а погрешность ω_0 как замыкающее звено этой цепи.

Задачу определения ω_0 можно решить с использованием метода максимума-минимума, применяя формулу (4.5). В этом случае

$$\omega_0 = \Delta y + \varepsilon + \Delta n + \Delta u + \Delta T + \Sigma\Delta\phi. \quad (4.16)$$

Учитывая, что в формуле (4.16) первые пять членов являются случайными величинами, можно для них при вычислении суммарной (случайной) погрешности $\omega_{сл}$ применить вероятностный способ суммирования погрешностей с использованием метода неполной взаимозаменяемости и формулы (4.8):

$$\omega_{сл} = t \cdot \sqrt{\lambda_1^2 \cdot \Delta y^2 + \lambda_2^2 \cdot \varepsilon^2 + \lambda_3^2 \cdot \Delta n^2 + \lambda_4^2 \cdot \Delta u^2 + \lambda_5^2 \cdot \Delta T^2}. \quad (4.17)$$

Как ранее отмечалось, распределение погрешностей Δy , ε и Δn близко к закону нормального распределения. Тогда

$$\lambda_1^2 = \lambda_2^2 = \lambda_3^2 = 1/9.$$

Распределение погрешностей Δu и ΔT близко к закону равной вероятности. Тогда

$$\lambda_4^2 = \lambda_5^2 = 1/3.$$

Подставляя полученные значения коэффициентов λ_i в уравнение (4.17) и принимая $t = 3$, получим окончательную формулу для расчета суммарной погрешности механической обработки:

$$\omega_0 = \omega_{сл} + \omega_{сист} = \sqrt{\Delta y^2 + \varepsilon^2 + \Delta n^2 + 3\Delta u^2 + 3\Delta T^2} + \Sigma\Delta\phi. \quad (4.18)$$

Следует заметить, что при определении погрешностей диаметральных размеров составляющая ε из уравнения (4.18) исключается, а при выполне-

нии данной операции на нескольких станках постоянная систематическая погрешность $\Sigma\Delta f$ переходит в случайную и, соответственно, подставляется под знак радикала в уравнении (4.18).

Вместе с этим при расчете точности любых (а не только диаметральных) размеров размерной цепи, если погрешность формы $\Sigma\Delta f$ вызывается различными причинами (геометрические погрешности станков, динамические погрешности, деформации заготовок под действием сил закрепления и др.), то ее можно также принимать как случайную величину и ввести в формулу (4.18) под знак радикала

Под технологической системой, точность которой мы оцениваем, понимается не любая технологическая система в данном производственном процессе, а конкретная технологическая система (станок, приспособление, инструмент, деталь), в которой при механической обработке меняются только заготовки. Если данная деталь обрабатывается на всех станках данного участка или цеха, если в механической обработке использованы все приспособления и режущий инструмент участка для обработки на имеющемся технологическом оборудовании, тогда можно судить о точности технологической системы данного участка или цеха. Очевидно, что погрешность отдельной технологической системы ниже, чем погрешность технологической системы участка. Таким образом, чтобы принять решение о правомерности использования для обработки деталей по данному техпроцессу любого подходящего станка на данном участке (токарном, фрезерном, шлифовальном и т.д.) с использованием соответствующей номенклатуры приспособлений и режущего инструмента, необходимо сравнивать допускаемые по чертежу отклонения на размер деталей с погрешностью технологической системы всего участка.

4.4. Оценка качества технологического процесса (анализ возможности процесса)

Для оценки качества технологического процесса требуется сравнение допуска на размер с полем его рассеяния в конкретной технологической системе. Несмотря на то, что именно суммарная погрешность процесса изготовления является наиболее представительным значением поля рассеяния технологической системы, на практике таким сравнением пользуются редко, так как расчет суммарной погрешности процесса является исключительно трудоемкой операцией. Гораздо проще определить поле рассеяния какого-либо размера детали при ее изготовлении в конкретном технологическом процессе путем обработки результатов экспериментальных исследований.

Наиболее эффективным способом исследования распределения размера параметра является построение **гистограммы**. Гистограмма распределения – это графическое отображение вариабельности процесса. Для построения гис-

тограммы необходимо собрать необходимые данные о процессе. Рассмотрим порядок построения гистограммы и методы статистической обработки результатов на следующем **примере** [5].

На одношпindelном револьверном автомате изготавливаются специальные ролики из пруткового материала. Требуется по данным фактических измерений диаметров роликов в партии деталей, изготовленных методом автоматического получения размеров, построить гистограмму, установить характеристики рассеяния, определить вероятность соблюдения заданного допуска на диаметр ролика $18_{-0,08}^{+0,03}$ и найти вероятность появления брака (несоответствий допуску). Для исследования отобрана партия (выборка) в количестве 25 роликов.

После измерения фактических диаметров роликов выявлено, что все размеры уложились в диапазон от 17,89 мм (минимум) до 18,07 мм (максимум). Для удобства построения гистограммы весь диапазон размеров (18 мм) разделен на 9 интервалов с размером одного интервала 0,02 мм.

Результаты фактических измерений диаметров роликов представлены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

№ интервала	Диапазон интервалов, мм	Середина интервала, мм	Частота (m) попадания в интервал, шт.
1	17,89 – 17,91	17,90	1
2	17,91 – 17,93	17,92	1
3	17,93 – 17,95	17,94	3
4	17,95 – 17,97	17,96	5
5	17,97 – 17,99	17,98	6
6	17,99 – 18,01	18,00	4
7	18,01 – 18,03	18,02	3
8	18,03 – 18,05	18,04	1
9	18,05 – 18,07	18,06	1
Итого			25

На основе этих данных строится график рассеяния фактических размеров столбчатого типа – гистограмма (рис. 4.6).

Для расчета среднего арифметического диаметра D_{cp} воспользуемся формулой (4.19)[14]:

$$D_{cp} = \frac{\sum D_{i\text{cp}} \cdot m_i}{\sum m_i}, \quad (4.19)$$

где $D_{i\text{cp}}$ – среднее значение интервала,

m_i – частота попаданий измерений в i -й интервал.

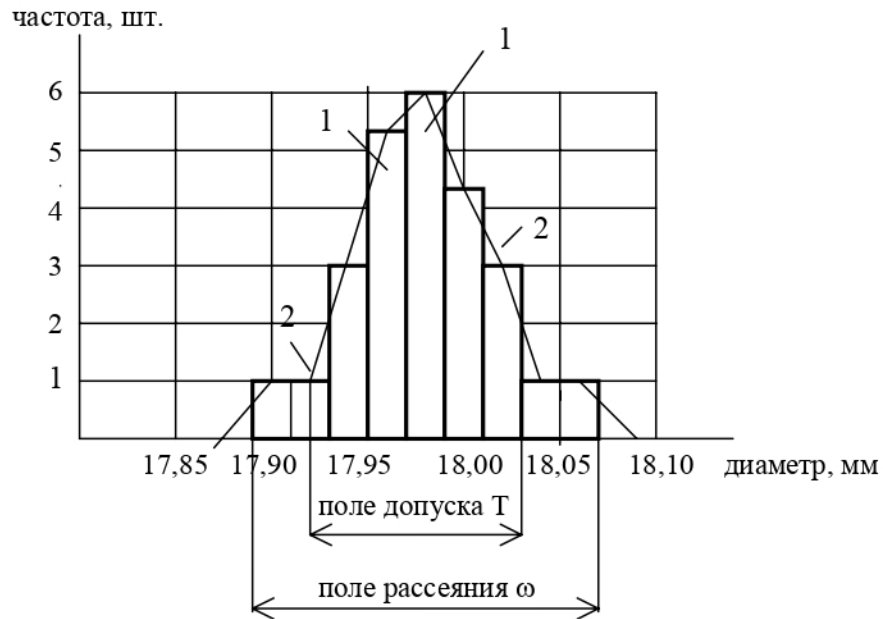


Рис. 4.6. Гистограмма (1) и полигон распределения (2) измеренных диаметров роликов

После вычислений по формуле (4.19) по всем интервалам имеем

$$D_{cp} = 449,48/25 = 17,98 \text{ мм.}$$

Построим на графике (рис. 4.6) полигон распределения, для чего соединим середины верхних сторон прямоугольников гистограммы отрезками прямых. Характер полученной кривой (полигона распределения) позволяет допустить, что полученное распределение математически может быть описано законом нормального распределения. Среднее квадратическое отклонение σ исследуемого размера X можно определить по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (D_{cp} - D_{i\text{cp}})^2 \cdot m_i}{\sum m_i}} \quad (4.20)$$

Для упрощения расчета вынесем необходимые исходные и расчетные данные в табл.4.2.

Таблица 4.2

№ интервала	m_i , штук	$D_{i\text{cp}}$	$(D_{cp} - D_{i\text{cp}})^2$	$m_i \cdot (D_{cp} - D_{i\text{cp}})^2$
1	1	17,90	0,0064	0,0064
2	1	17,92	0,0036	0,0036
3	3	17,94	0,0016	0,0048
4	5	17,96	0,0004	0,0020
5	6	17,98	0	0
6	4	18,00	0,0004	0,0016
7	3	18,02	0,0016	0,0048
8	1	18,04	0,0036	0,0036
9	1	18,06	0,0064	0,0064
Итого	25			0,0332

Подставляя в формулу (4.20) требуемые расчетные данные из табл.4.2, получим

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,0332}{25}} = 0,04 \text{ мм.}$$

Для построения кривой нормального распределения необходимо дополнительно рассчитать:

- максимальную ординату распределения y_{\max} :

$$y_{\max} = 0,4 \cdot \frac{\sum m_i \cdot \Delta L}{\sigma} = 0,4 \cdot \frac{25 \cdot 0,02}{0,04} = 5,00;$$

где ΔL – размер интервала,

- ординату для односигмовых ($\pm\sigma$) расстояний от середины поля рассеяния y_{σ} :

$$y_{\sigma} = 0,24 \cdot \frac{\sum m_i \cdot \Delta L}{\sigma} = 0,24 \cdot \frac{25 \cdot 0,02}{0,04} = 3,00;$$

- величину поля рассеяния ω_{\max} :

$$\omega_{\max} = \pm 3\sigma = \pm 3 \cdot 0,04 = \pm 0,12 \text{ мм.}$$

По этим данным легко построить кривую нормального распределения, наложив ее на график рассеяния фактических размеров (гистограмму).

На этот же график наносится в принятом масштабе величину заданного поля допуска 18 (+0,03/-0,08) с предельными размерами 18,03 (верхний) и 17,92 (нижний). Величина заштрихованной площади поверхности в границах поля допуска, отнесенная ко всей площади кривой нормального распределения, определяет вероятность $P(D)$ изготовления деталей, находящихся в поле допуска (по диаметру ролика). А отсюда вытекает, что вероятность брака (несоответствия допуску) равна $1 - P(D)$.

Определим точное значение величины брака. Для этого вначале необходимо определить величину смещения центра поля рассеяния от середины поля допуска по формуле

$$\Delta D_{\text{ц}} = D_{\text{ср}} - \frac{D_{\text{вер}} + D_{\text{ниж}}}{2} = 17,98 - \frac{18,03 + 17,92}{2} = 0,005 \text{ мм.}$$

Значение величины смещения соизмеримо с погрешностью измерения диаметров роликов и им можно пренебречь в дальнейших расчетах.

Для оценки величины брака воспользуемся функцией Лапласа $\Phi(z)$, где

$$z = \frac{x}{\sigma}.$$

Определим верхнее и нижнее значения аргумента z :

$$z_{\text{вер}} = \frac{D_{\text{вер}} - D_{\text{ср}}}{\sigma} = \frac{18,03 - 17,98}{0,04} = 1,25;$$

$$z_{\text{ниж}} = \frac{D_{\text{ниж}} - D_{\text{ср}}}{\sigma} = \frac{17,92 - 17,98}{0,04} = -1,5.$$

Вероятность получения брака $P_{\text{в}}$ по верхнему пределу допуска равна

$$P_{\text{в}} = 0,5 - \Phi(z_{\text{вер}}) = 0,5 - \Phi(1,25) = 0,5 - 0,394 = 0,106 \text{ (или 10,6\%)}.$$

Вероятность получения брака $P_{\text{н}}$ по нижнему пределу допуска равна

$$P_{\text{н}} = 0,5 + \Phi(z_{\text{ниж}}) = 0,5 + \Phi(-1,5) = 0,5 - 0,433 = 0,067 \text{ (или 6,7\%)}.$$

Таким образом, 10,6% деталей изготовлены с превышением верхнего значения допуска по диаметру и 6,7% деталей изготовлены с диаметром меньше нижнего значения допуска. Суммарный брак продукции составляет 17,3%. Очевидно, что ролики с диаметром, превышающим верхнее значение допуска, можно отнести к неисправимому браку, а детали, выполненные с размерами ниже нижнего значения допуска, можно доработать до требуемой точности диаметра.

Имеются и другие методы оценки точности технологического процесса. Один из них связан с определением индекса воспроизводимости процесса C_p [1], характеризующего соотношение поля рассеяния ω и поля допуска T :

$$C_p = \frac{T}{6\sigma}. \quad (4.21)$$

Определим индекс воспроизводимости процесса для нашего примера, в котором $T = 0,11$ мм, а $6\sigma = 6 \cdot 0,04 = 0,24$ мм. Тогда

$$C_p = \frac{0,11}{0,24} = 0,46.$$

Значение $C_p < 1$ свидетельствует о том, что брак рано или поздно неизбежен. В нашем случае такое низкое значение $C_p = 0,46$ и без точной оценки величины брака может свидетельствовать о достаточно низком качестве технологического процесса. Доля брака была бы еще выше, если бы не совпадали центр поля рассеяния и координата середины поля допуска.

Следует заметить, что оценка точности технологической системы с помощью гистограммы распределения целесообразна при количестве измерений не менее 90. В нашем случае относительно небольшое количество измерений (25) привело к увеличению значения среднего квадратического отклонения σ , что, в конечном счете, и повлияло на величину индекса воспроизводимости процесса.

Если допустить, что построенная гистограмма и отражала бы 90 измерений, то в лучшем случае 6σ равнялась бы полю гистограммы Δ , то есть $\Delta = 18,05 - 17,89 = 0,16$ мм, что дало бы значение $C_p = 0,69$. Очевидно, что вариативность технологической системы настолько велика, что она не способна обеспечить допуск на диаметр 18 мм менее чем 0,17 мм, даже в случае исключительно точной настройки на размер.

Учитывая возможность несовпадения середины поля рассеяния и середины поля допуска, нормативное (предусматривающее стабильность технологического процесса) значение индекса воспроизводимости C_p для новых технологических процессов принимается равным 1,5, а для действующих процессов – 1,33. Индекс воспроизводимости, учитывая его простоту и наглядность, широко применяется в практике внутренних аудитов качества на зарубежных фирмах. К недостаткам индекса можно отнести его чрезмерную чувствительность к объёмам выборки, вследствие чего при малых объемах он имеет большой статистический разброс.

4.5. Виды и методы статистического регулирования качества технологического процесса

Виды статистического регулирования процессов. Задача статистического регулирования технологического процесса состоит в том, чтобы на основании результатов периодического (т.е. в динамике) контроля выборок относительно малого объема оценивать его стабильность и корректировать наладку процесса на требуемое качество.

Имеется две разновидности регулирования процессов: по количественному и альтернативному (качественному) признакам. Для каждой из разновидностей разработаны свои статистические методы регулирования.

Регулирование (или контроль) по **количественному признаку** заключается в определении с требуемой точностью [4] фактических значений контролируемого параметра у отдельных представителей (выборки) продукции. Затем по фактическим значениям параметра определяются статистические характеристики процесса и по ним принимаются решения о состоянии технологического процесса. Такими характеристиками являются выборочное среднее, медиана, размах и выборочное среднее квадратическое отклонение. Первые две характеристики – характеристики положения, а последние две – характеристики рассеяния случайной величины X .

Регулирование (или контроль) по **альтернативному признаку** заключается в определении соответствия контролируемого параметра или единицы продукции установленным требованиям. При этом каждое отдельное несоответствие установленным требованиям считается дефектом, а единица продукции, имеющая хотя бы один дефект, также считается дефектной. При контроле по альтернативному признаку не требуется знать фактическое значение контролируемого параметра – достаточно установить факт соответствия или несоответствия его установленным требованиям. Поэтому для контроля можно использовать простейшие средства: шаблоны, калибры и др. Решение о состоянии технологического процесса принимается в зависимости

от числа дефектов или числа дефектных единиц продукции, выявленных в выборке.

Каждый из перечисленных способов регулирования (контроля) имеет свои преимущества и свои недостатки. Так, преимущество контроля по количественному признаку состоит в том, что он более информативен и поэтому требует меньшего объема выборки. Однако такой контроль более дорогой, поскольку для него необходимы такие технические средства, которые позволяют получать достаточно точные фактические значения контролируемого параметра. Кроме того, для статистического регулирования при контроле по количественному признаку необходимы (иногда сложные) вычисления, связанные с определением статистических характеристик.

Преимущество контроля по альтернативному признаку заключается в его простоте и относительной дешевизне, так как можно использовать простейшие средства контроля или даже визуальный контроль. К недостаткам такого контроля относится его меньшая информативность, что требует большего объема выборки при равных исходных данных.

Методы регулирования процессов. В настоящее время существует несколько методов статистического регулирования технологических процессов. Наиболее распространенный и эффективный из них – метод с использованием контрольных карт (карт Шухарта), на которых отмечают границы регулирования, ограничивающие область допустимых значений, вычисленных на основании статистических данных. Выход точки за границы регулирования (или появление её на самой границе) служит сигналом о разладке технологического процесса. Контрольная карта позволяет не только обнаружить какие-то отклонения от нормального хода процесса, но и в значительной степени объяснить причины этого отклонения.

Существуют следующие виды контрольных карт:

- средних арифметических значений (\bar{X} – карта),
- медиан (\tilde{X} – карта),
- средних квадратических отклонений (S – карта),
- размахов (R – карта),
- числа дефектных изделий (\bar{p} – карта),
- доли дефектных изделий (P – карта),
- числа дефектов (C – карта),
- числа дефектов на единицу продукции (U – карта).

Первые четыре вида контрольных карт применяют при контроле по количественному признаку, а последние четыре – при контроле по альтернативному признаку.

Выбор контрольных карт определяется серийностью, точностью процессов и видом показателей качества продукции.

Контрольная карта $\bar{X} - R$ применяется при измерении таких регулируемых показателей, как длина, масса, время, предел прочности, прибыль и т.д. Рекомендуется также ее использование при регулировании процессов изготовления продукции в серийном и массовом производстве, на технологических процессах с запасом точности, при показателях качества распределенных по закону Гаусса или Максвелла.

Контрольная карта P применяется при контроле и регулировании технологического процесса на основе использования доли дефектных изделий, полученной делением числа обнаруженных дефектов на число проверенных изделий. Эту карту также можно использовать для определения интенсивности выпуска продукции, процента неявки на работу и т.д.

Контрольная карта $\bar{p} - n$ применяется для контроля в случаях, когда контролируемым параметром является число дефектных изделий при постоянном объеме выборки n .

На первых этапах статистических методов регулирования часто используются гистограммы для предварительного исследования состояния технологического процесса.

4.6. Статистические методы регулирования качества технологических процессов при контроле по количественному признаку

При контроле по количественному признаку об отклонениях в процессе судят как по среднему значению контролируемого параметра, так и по рассеиванию значений контролируемого параметра относительно этого среднего. Смещение среднего значения в любую сторону относительно середины поля допуска и увеличение поля рассеяния приводят к увеличению доли дефектной продукции.

В качестве средних значений при статистическом регулировании используют либо среднее арифметическое значение \bar{X} , либо медиану \tilde{X} и соответственно строят либо $\bar{X} - R$ карту, либо $\tilde{X} - R$ карту. При выборе из этих двух видов контрольных карт следует учитывать, что хотя и определение медианы проще, чем среднего арифметического значения, однако последнее является более точной оценкой математического ожидания μ .

В качестве характеристики рассеяния при статистическом регулировании используют либо выборочное среднее квадратическое отклонение S , либо размах R и соответственно строят либо $S - R$ карту, либо $R - R$ карту. При выборе карты можно учесть, что вычисление размаха гораздо проще, чем среднего квадратического отклонения, хотя $S - R$ более точная оценка, чем $R - R$.

На практике часто используют двойные контрольные карты, на одной из которых отмечают среднее значение, а на другой – характеристику рассеивания, например, карта $\bar{X}-R$.

Для построения любой контрольной карты необходимо предварительно определить границы регулирования:

- для \bar{X} - карты и \tilde{X} - карты – две границы регулирования: верхнюю и нижнюю,
- для R- карты или S- карты вычисляют по одной границе регулирования – верхней (так как достаточно следить лишь за увеличением рассеивания).

Для определения границ регулирования необходимо знать параметры нормального распределения μ и σ . Как правило, эти параметры неизвестны, поэтому должно быть проведено предварительное исследование состояния технологического процесса, в результате которого получают оценки параметров μ и σ .

Таким образом, в результате предварительного исследования состояния техпроцесса решаются следующие задачи:

- получают оценки параметров нормального распределения μ и σ ,
- определяют вероятную долю дефектной продукции,
- определяют индекс воспроизводимости C_p .

Рассмотрим на конкретном производственном **примере** реализацию статистического метода регулирования техпроцесса.

Допустим, что на основании опыта работы руководством цеха принято решение перевести на статистическое регулирование технологический процесс изготовления болтов на станках-автоматах. За показатель качества при этом выбран диаметр болта и его допускаемые (верхнее ES и нижнее EI) отклонения: $D = 26$ мм, $ES = -0,005$ мм, $EI = -0,019$ мм. Необходимо выяснить, правильное ли решение принято руководством цеха?

Реализация статистического метода регулирования техпроцесса осуществляется в три этапа [2]:

- проводится предварительное исследование состояния техпроцесса и определяется вероятная доля дефектной продукции, а также индекс воспроизводимости;
- строится контрольная карта и выбирается план контроля;
- проводится статистическое регулирование технологического процесса.

1-й этап. Для проведения исследований необходимо иметь исходную информацию о процессе. На испытание отбираем выборку в 100 болтов, измерение диаметров которых производим по 5 болтов через каждый час, то есть проводим 20 серий измерений. В целях упрощения вычислений и изме-

рений настраиваем измерительную скобу на размер 25,980 мм. Результаты контроля (отклонения от размера 25,980 в микрометрах) сведены в табл.4.3:

Таблица 4.3

№ серии	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	\bar{X}_i , мкм	R _i , мкм
1	10	3	5	14	10	8,4	11
2	2	14	8	13	11	9,6	12
3	12	12	3	8	10	11,0	5
4	12	14	7	11	9	10,6	7
5	10	11	9	15	7	10,4	8
6	11	12	11	14	12	12,0	3
7	15	11	14	8	3	10,2	12
8	12	14	12	11	11	12,0	3
9	11	7	11	13	9	10,2	6
10	14	10	9	12	8	10,6	6
11	9	11	14	10	13	11,4	5
12	13	13	6	4	13	9,8	9
13	5	8	3	3	4	4,6	5
14	8	5	3	5	4	5,0	5
15	8	4	9	5	8	6,8	5
16	10	10	6	9	3	7,6	7
17	4	7	6	7	12	7,2	8
18	8	5	6	9	13	8,2	8
19	4	12	10	6	10	8,4	8
20	10	6	13	10	5	8,8	8

Сумма $\bar{X} = 182,8$ R = 141

Определяем среднее арифметическое средних значений 20 серий X. Принимаем, что математическое ожидание отклонения μ равно среднему арифметическому всего массива измерений \bar{X} .

$$\mu = \bar{X} = \Sigma X/n = 9 \text{ мкм.}$$

С учетом сдвига в 25,980 мм при измерениях получим величину среднего арифметического значения параметра равную 25,989 мм.

Следует напомнить, что координата середины допуска на размер D составляет 25,988 мм, то есть на 0,001 меньше.

Оценку среднего квадратического отклонения σ производим по формуле, в которой задействованы измерения размаха \bar{R} [4]:

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{\psi}, \quad (4.22)$$

где среднее значение $\bar{R} = \Sigma R_i / n = 141/20 \approx 7$ мкм,

ψ – поправочный коэффициент, определяемый по табл.4.4:

Таблица 4.4

Объем выборки	3	4	5	6	7	8	9	10
Коэффициент ψ	1,69	2,06	2,33	2,83	2,70	2,85	2,97	3,08

Из табл.4.4 по объёму выборки (5 болтов) находим значение $\psi = 2,33$ и подставляем его и значение \bar{R} в формулу (4.22):

$$\sigma = 7,3/2,33 \approx 3 \text{ мкм.}$$

Значения μ и σ позволяют определить долю дефектной продукции $P_{\text{деф}}$ на данной операции с применением функции Лапласа $\Phi(z)$:

$$P_{\text{деф}} = 1 - \Phi\left(\frac{D_{\text{вер}} - \mu}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{D_{\text{ниж}} - \mu}{\sigma}\right), \quad (4.23)$$

где $D_{\text{вер}} = 26 - 0,005 = 25,995$ мм,

$D_{\text{ниж}} = 26 - 0,019 = 25,981$ мм.

С учетом ранее принятой настройки измерительной скобы на размер равный 25,980 мм, добавляем к параметру μ в функции Лапласа это значение и определим по формуле (4.23) долю дефектной продукции:

$$P_{\text{деф}} = 1 - \Phi\left(\frac{25,995 - 25,989}{0,003}\right) + \Phi\left(\frac{25,981 - 25,989}{0,003}\right) = 1 - \Phi(2) + \Phi(-2,6).$$

Значение функции $\Phi(X)$ находим по таблице Приложения 1, где $\Phi(2) = 0,9773$, а $\Phi(-2,6) = 0,0047$. Тогда $P_{\text{деф}} = 0,0274$ (или 2,74%).

Определим индекс воспроизводимости процесса C_p :

$$C_p = \frac{D_{\text{вер}} - D_{\text{ниж}}}{6\sigma} = \frac{25,995 - 25,981}{6 \cdot 0,003} = 0,78.$$

Поскольку $C_p < 1$, то данный техпроцесс по точности можно признать неудовлетворительным. Это означает, что вариабельность данной технологической системы не позволяет изготавливать болты без брака. Перед тем, как перейти к следующему этапу, т.е. к переводу процесса на статистическое регулирование, целесообразно определить, что будет для цеха дешевле: или величина издержек от брака (2,74%) продукции, или стоимость доработки технологической системы до требуемого уровня точности.

2-й этап. Выбираем контрольную карту типа $\bar{X} - R$ и строим график (рис. 4.7) на основании данных табл.4.3. Ордината центральной линии \bar{X} – карты равна среднему арифметическому \bar{X} .

Определим границы регулирования процесса для \bar{X} – карты по формулам:

$$\begin{aligned} \text{ГР}_{\text{Двер}} &= \bar{\bar{X}} + A_3(\bar{R}/\psi); \\ \text{ГР}_{\text{Дниж}} &= \bar{\bar{X}} - A_3(\bar{R}/\psi). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Значения коэффициента A_3 определим из табл. 4.5:

Таблица 4.5

Коэфф. ψ	Объём выборки							
	3	4	5	6	7	8	9	10
A_1	1,73	1,5	1,34	1,23	1,13	1,06	1,00	0,95
A_2	1,49	1,29	1,15	1,05	0,97	0,91	0,86	0,81
A_3	1,96	1,63	1,43	1,29	1,18	1,1	1,03	0,98
A_4	1,68	1,4	1,23	1,11	1,02	0,94	0,89	0,84
B	2,57	2,27	2,09	1,96	1,89	1,82	1,77	1,71
D	2,57	1,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78

Подставляя в формулу (4.24) полученные значения параметров \bar{X} , R , A_3 и ψ , получим

$$\begin{aligned} \text{ГР}_{\text{Двер}} &= 9,00 + 1,43 \cdot 3 = 13,3 \text{ мкм}, \\ \text{ГР}_{\text{Дниж}} &= 9,00 - 1,43 \cdot 3 = 4,7 \text{ мкм}. \end{aligned}$$

Теперь определим границу (верхнюю) регулирования для R – карты:

$$\text{ГР}_{\text{Rвер}} = D \cdot \bar{R}. \quad (4.25)$$

Значения коэффициента D выбираем по табл. 4.5 при выборке $n = 5$. Тогда

$$\text{ГР}_{\text{Rвер}} = 2,11 \cdot 7 = 14,8 \text{ мкм}.$$

Наносим на карту $(\bar{X} - R)$ (рис. 4.7) границы регулирования и границы допуска.

3-й этап. Построив контрольные карты, можно приступить к статистическому регулированию рассматриваемого технологического процесса. Прежде всего, необходимо определить состояние процесса по основным признакам: наличие точек, выходящих за контрольные границы; наличие серий или трендов; наличие периодичности или приближения точек к контрольным пределам; сравнить контрольные границы с границами допуска.

Выход за контрольные пределы. Это такое состояние процесса, при котором точки значений параметров лежат вне контрольных границ. Исследуя контрольную карту $(\bar{X} - R)$ (рис. 4.7), можно отметить, что на R – карте нет ни одной точки за пределами контрольных границ, что свидетельствует о стабильном поле рассеяния. В то же время на \bar{X} – карте точка 13 находится за пределами нижней границы, что свидетельствует о ненормальной настройке процесса.

Серии. Это такое состояние процесса, при котором точки неизменно оказываются по одну сторону от центральной линии. В нашем случае имеют

место две таких длинных серии: из 11 точек (2-12) - выше центральной линии ($\bar{X} = 9$ мкм) и 8 точек (13-20) - ниже центральной линии, что ненормально.

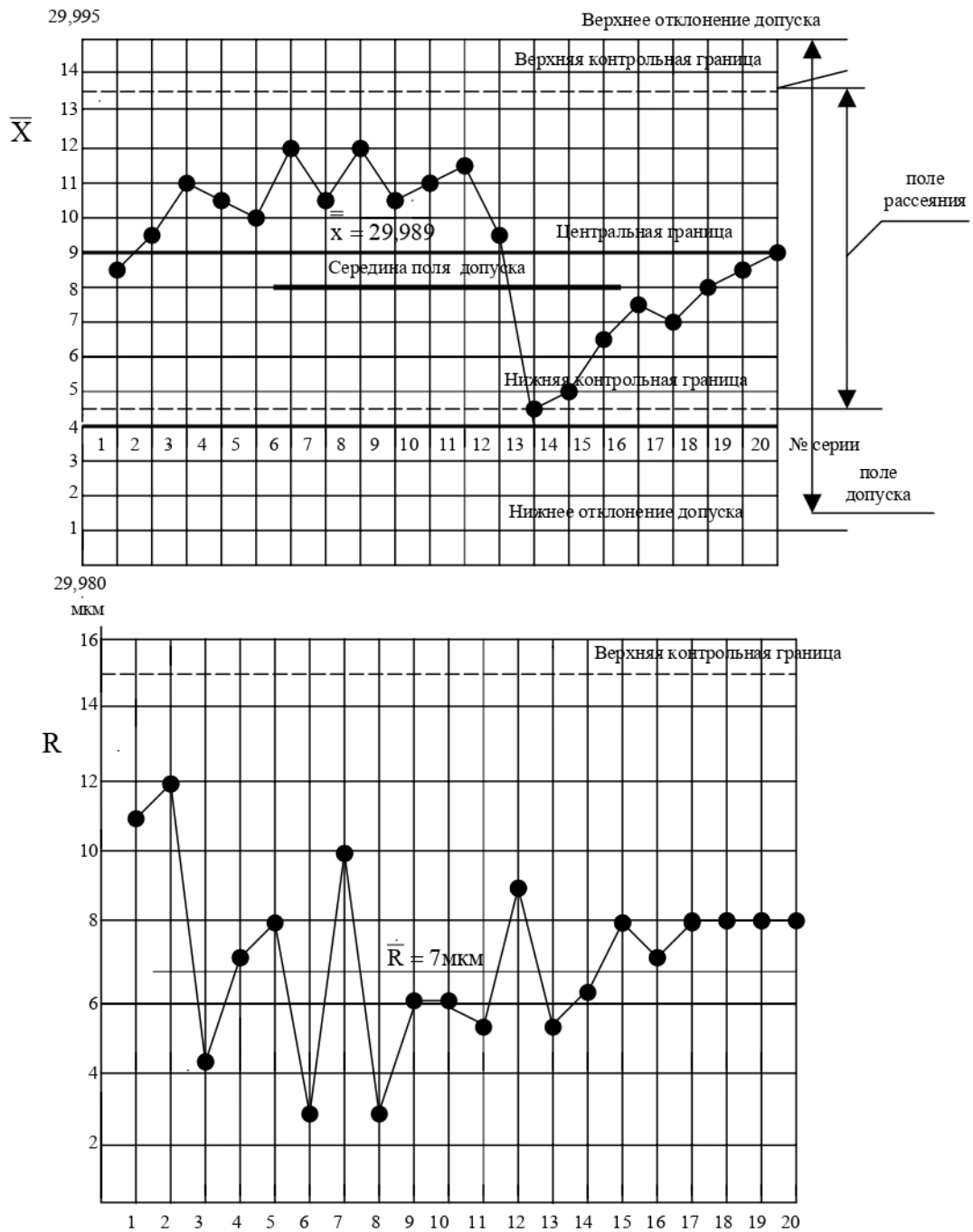


Рис. 4.7. ($\bar{X} - R$) карта

Тренд (дрейф). Тренд – это проявление такого состояния процесса, когда точки (не менее семи подряд) образуют одну непрерывно повышающую или понижающую кривую. В нашем случае имеет место повышающийся тренд (точки 13-20), что ненормально.

Приближение точек к контрольным пределам. Это такое состояние процесса, при котором точки находятся в области контрольных границ на расстоянии не более одной сигмы (σ - среднее квадратическое отклонение).

В нашем случае имеет место опасное приближение точек 6 и 8 к верхней границе контрольной линии.

Таким образом, на основании имеющихся результатов, а также сравнивая контрольные границы с границами допуска, можно отметить следующее:

- учитывая, что наблюдается одновременно выход за пределы контрольной границы одной точки и наличия длинных серий и тренда, можно утверждать, что процесс находится в **неконтролируемом состоянии**,
- учитывая, что границы поля рассеяния размера D лежат в пределах границ поля допуска, можно констатировать отсутствие отклонений размера от установленных требований, то есть **отсутствие брака**,
- учитывая, что индекс воспроизводимости C_p меньше единицы, то есть вероятность выхода размера за пределы допуска при увеличении объема выборки для оценки,
- если бы имел место только выход одной точки за контрольные границы, то можно было допустить, что эта точка случайная и не вызвана внутренними вариациями технологической системы,
- относительно низкое значение индекса воспроизводимости (0,8) может быть вызвано наличием двух длинных серий (выше и ниже центральной линии), то есть внутренней нестабильностью системы.

Для регулирования процесса, то есть приведения процесса в контролируемое состояние, необходимо провести настройку размера D на середину поля допуска. После наладки процесса необходимо снова рассчитать σ .

Скорее всего, в налаженном процессе поле рассеяния $\omega = 6\sigma$ будет меньше, чем до наладки, и индекс воспроизводимости процесса C_p будет выше, что обеспечит большую вероятность выхода годной продукции. После проведения наладки необходимо проконтролировать качество процесса путем вычисления средних арифметических значений у нескольких новых выборок по 5 болтов. Каждая следующая выборка должна быть взята не ранее, чем через час работы.

4.7. Статистические методы регулирования технологических процессов при контроле по альтернативному признаку

При контроле по альтернативному признаку о разладке технологического процесса судят либо по числу единиц продукции, либо по числу дефектов. Увеличение любого из этих значений сверх допустимых норм свидетельствует о разладке процесса.

Статистическое регулирование при контроле по альтернативному признаку осуществляется в соответствии с **планом контроля** [2,28,29]. Планом контроля определяются параметры: объем выборки n , браковочное число d , период отбора выборок τ . План контроля принимается с учетом результатов

предварительного исследования состояния техпроцесса: чем лучше состояние процесса, тем меньше средний уровень дефектности продукции и тем реже происходит его разладка.

Средний уровень дефектности \bar{p} оценивают по результатам сплошного или выборочного контроля. На контроль рекомендуется принимать не менее десяти партий. При сплошном контроле получают наиболее точную оценку среднего уровня дефектности, при выборочном контроле получают менее точную оценку, но выигрывают в трудоемкости контроля. Объем выборочного контроля должен составлять не менее 0,1 от объема сплошного контроля. Оценка среднего уровня дефектности (доли дефектной продукции) по всем партиям выборки определяется по формуле

$$\bar{p} = \frac{\sum \bar{p}_n}{kn}, \quad (4.26)$$

где k – число проконтролированных партий,

\bar{p} – доля дефектных единиц продукции или дефектов, обнаруженных в партии,

n – число проконтролированных единиц продукции в партии.

При систематическом проведении контроля продукции необходимо знать на основе опыта примерный уровень дефектности продукции.

Рассмотрим на конкретном **примере** порядок статистического регулирования процесса при контроле числа дефектов $\bar{p}n$. Допустим, что в цехе листовой штамповки решено перевести операцию штамповки планки опоры барабана комбайна на статистическое регулирование для обеспечения стабильного качества продукции. Основным контролируемым параметром является масса планки опоры после штамповки. В зависимости от результатов контроля планка признается либо годной, если ее масса соответствует установленным требованиям, либо дефектной, если нет такого соответствия. Предлагаемая задача решается в несколько этапов.

1-й этап. Проведем предварительное исследование состояния данного техпроцесса. Для этого необходимо получить оценку среднего уровня дефектности $\bar{p}n$. Чем меньше будет значение $\bar{p}n$, тем лучше технологический процесс и выше качество изготавливаемых деталей. Для получения оценки $\bar{p}n$ необходимо иметь достаточно большой объем информации. Учитывая, что планки изготавливаются партиями по 1500 штук, определим объем выборки для контроля по Приложению 4. Из трех уровней контроля принимаем третий, так как первые два рассчитаны на усеченные объемы выборок, связанные с большой трудоемкостью контрольных операций. Тогда код объема выборки соответствует индексу «К». По Приложению 4 по установленному коду «К» выбираем объем выборки в одной серии равной 125 изделиям.

В табл. 4.6 приведены результаты выборочного контроля планок после штамповки в 25 сериях по 125 планок в каждой.

Таблица 4.6

№ серии	Объем выборки, n	Число дефектных изделий, $\bar{p} n$	№ серии	Объем выборки, n	Число дефектных изделий, $\bar{p} n$
1	125	4	14	125	0
2	125	2	15	125	2
3	125	0	16	125	3
4	125	5	17	125	1
5	125	3	18	125	6
6	125	2	19	125	1
7	125	4	20	125	3
8	125	3	21	125	3
9	125	2	22	125	2
10	125	6	23	125	0
11	125	1	24	125	7
12	125	4	25	125	3
13	125	1			
			Итого	3125	68

Определим среднюю долю дефектных изделий \bar{p} по всем 25 сериям по формуле (4.26):

$$\bar{p} = \frac{68}{25 \cdot 125} = 0,0218 \text{ (или 2,18\%)}.$$

Если такой процент брака считается приемлемым, то его значение используется в качестве исходного при выборе приемочного уровня дефектности продукции. В Приложении 5 выбираем ближайшее к 2,18% значение допустимого уровня дефектности (AQL) равное 2,5.

Вычислим среднее число дефектных изделий в серии, соответствующее положению центральной линии (CL) $\bar{p} n$ -карты:

$$CL = \bar{p} n = 0,0218 \cdot 100 = 2,18.$$

Найдем верхние (UCL) и нижние (LCL) контрольные границы рассеяния числа дефектных изделий по формулам:

$$UCL = \bar{p} n + 3\sqrt{\bar{p} n(1 - \bar{p})},$$

$$LCL = \bar{p} n - 3\sqrt{\bar{p} n(1 - \bar{p})}.$$

Вычислим значения контрольных границ по вышеприведенным формулам:

$$UCL = 2,18 + 3\sqrt{2,18 \cdot (1 - 0,0218)} = 6,56.$$

$$LCL = 2,18 - 3\sqrt{2,18 \cdot (1 - 0,0218)} = \text{отрицательное число.}$$

Нижнюю границу рассеяния можно и не рассчитывать, так как нас интересует только превышение доли дефектных изделий, а не снижение.

Учитывая, что значение \bar{p}_n в точке 24 выходит за пределы верхней границы, можно принять, что это отклонение вызвано не общими причинами технологической системы, а специальными (внешними), и отбросить это значение в окончательном расчете \bar{p}_n . Тогда

$$\bar{p} = \frac{61}{24 \cdot 125} = 0,0203 \text{ (или 2,03\%).}$$

Пересчитаем значение верхней контрольной границы.

$$UCL = 2,03 + 3\sqrt{2,03 \cdot (1 - 0,02)} = 6,06.$$

2-й этап. Построим контрольную \bar{p}_n -карту с учетом вычисленных значений \bar{p}_n и UCL (рис. 4.8).

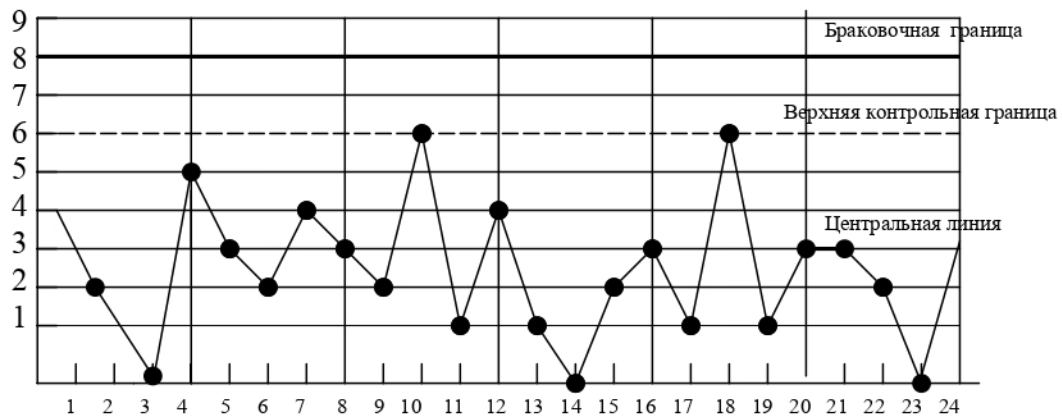


Рис. 4.8. \bar{p}_n – карта

Выбираем план контроля. Поскольку известны объем выборки и приемочный уровень контроля (AQL), то из Приложения П5 находим значение браковочного числа $d = 8$. Наносим на график \bar{p}_n – карты величину браковочного числа.

Анализ \bar{p}_n -карты, показывает, что среднее число дефектов в серии в основном располагается у центральной линии в пределах контрольных границ. Одновременно наблюдается приближение к верхней контрольной границе точек 10 и 18. Учитывая достаточно тесное расположение значений \bar{p}_n относительно центральной линии, можно утверждать, что состояние процесса в целом контролируемое, а технологическая система процесса штамповки планок в основном устойчива к возмущениям. Одновременно учитывая, что верхняя граница рассеяния \bar{p}_n ниже значения браковочного числа $d = 8$, то можно сделать вывод, что выбранный план контроля приемлем, и корректировка процесса не требуется.

4.8. Анализ причин несоответствий (брака) показателей качества процесса

Диаграмма (блок-схема) потока процессов (ДПП). Для повышения качества технологических процессов необходимо выявлять и устранять причины несоответствий показателей процесса установленным требованиям. Во многих случаях эти несоответствия заложены в нарушении последовательности операций (или переходов) или подмене звеньев процесса. Очевидно, что оценка несоответствий возможна только в случае анализа реального (а не проектного) процесса. Обычно для построения и дальнейшего анализа блок-схемы процесса привлекаются лица, в нем задействованные, т.е. исполнители процесса. В то же время причины несоответствий могут быть заложены и в проектной схеме процесса, и возможное изменение его последовательности или замена отдельных звеньев может стабилизировать процесс. Для тщательного анализа процесса и строится его диаграмма (блок-схема), приведенная на рис. 4.9.



Рис. 4.9. Диаграмма потоков процессов

Желательно в диаграмме воспроизвести все элементы процесса, в том числе места, в которых принимаются решения, а также порядок документирования той или иной операции, наличие базы данных или появление дополнительной информации о процессе. Таким образом, диаграмма потока процесса – не просто перечень и последовательность технологических звеньев, но и сопровождающая их технологическая и контрольная информация. Анализируя ДПП, желательно ответить на ряд следующих вопросов:

- можно ли изменить ту или другую операцию за счет применения другой технологии, оборудования или изменения методов работы,
- можно ли сократить время процесса,
- можно ли сократить затрачиваемые ресурсы,
- можно ли уменьшить число транспортировок,
- можно ли совместить операции и т.д.

Для снижения затрат при отладке процесса важно не дожидаться появления несоответствий в реальном процессе, а провести анализ блок-схемы процесса еще в проектном варианте.

Анализ Парето. Особенно важно выявить причины несоответствий, приводящие к большим экономическим потерям. Для этого сначала целесообразно провести ранжирование несоответствий (дефектов) по их потенциальному ущербу производству.

Одним из наиболее распространенных на практике методов выявления наиболее значимых (по затратам) дефектов является **анализ Парето**. Сущность анализа Парето заключается в выявлении таких дефектов, на поиске причин которых необходимо сосредоточить особое внимание. При этом действует правило Парето, что 80% всех дефектов вызвано небольшим числом причин.

Очевидно также, что для производственников важно прояснить картину распределения дефектов и потерь, вызванных отбраковкой продукции, где эти дефекты проявятся. Конечно, важно устранить причины наиболее многочисленных дефектов. Но в отдельных ситуациях еще важнее выявить причины появления пусть немногочисленных, но приводящих к большим производственным издержкам дефектов. Для этого применяется одна из разновидностей анализа Парето – **метод ABC (кривая Лоренца)**.

Рассмотрим применение анализа Парето и метода ABC на конкретном примере.

Допустим, что в цехе на операции штамповки заготовок коленчатого вала работники контроля отбраковали 200 заготовок. При этом были выявлены следующие виды дефектов и их количество: трещины – 10, царапины – 42, пятна – 6, деформации – 104, разрывы – 4, раковины – 20, прочие – 14. Требуется выделить наиболее значимые дефекты для поиска причин их возникновения.

Для проведения анализа Парето необходимо таким образом сгруппировать виды причин, чтобы ранжирование видов дефектов шло по их количеству. Отразить данные группирования дефектов в табл. 4.7.

Таблица 4.7

Виды дефектов, шт.	Число дефектов, шт.	Накопленная сумма дефектов, шт.	Процент числа дефектов, %	Накопленный процент, %
Деформации	104	104	52	52
Царапины	42	146	21	73
Трещины	20	166	10	83
Раковины	10	176	5	88
Пятна	6	182	3	91
Разрывы	4	186	2	93
Прочие	14	200	7	100
Итого	200	-	100	-

По результатам таблицы 4.7 построить столбчатую диаграмму (рис. 4.10) распределения дефектов и на этом же графике начертить кумулятивную кривую числа дефектов (или процентов), соединив отрезками прямых линий

точки, соответствующие накопленному числу дефектов (или процентов). Полученная кумулятивная кривая носит название *кривой Парето*. Из диаграммы видно, что накопленные 80% соответствуют трем видам дефектов: деформации, царапины, трещины. Именно причины этих дефектов в первую очередь необходимо определить.

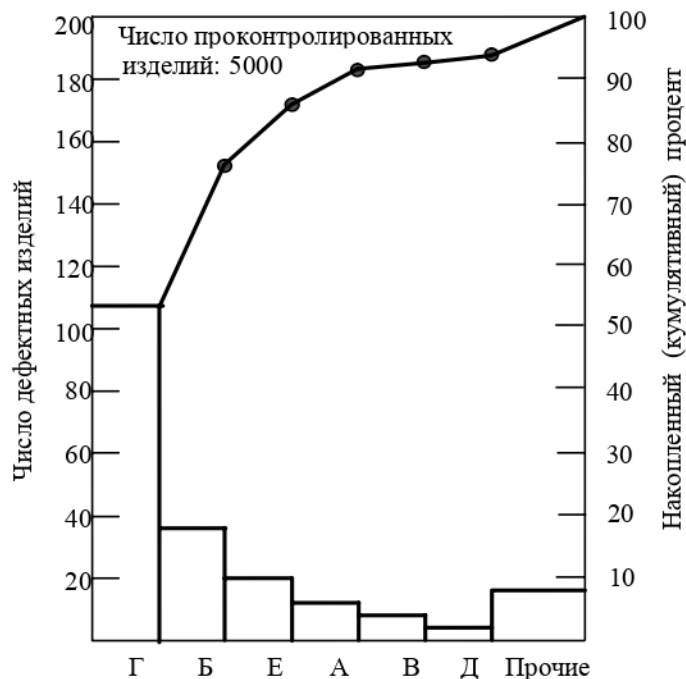


Рис. 4.10. Диаграмма Парето по типам дефектов: А – трещины; Б – царапины; В – пятна; Г – деформация; Д – разрыв; Е – раковины

Рассмотрим так же, как и в предыдущем случае, на конкретном **примере** реализацию метода ABC [15]. Допустим, что в цехе изготавливают одни и те же детали на разном технологическом оборудовании (станках) в разном количестве. Мы также располагаем информацией о числе дефектных деталей. Данные о числе изготовленных деталей, числе и доли дефектных деталей и их стоимости, необходимые для построения кривой Лоренца, приведены в табл. 4.8. Требуется выяснить, не какие станки являются главными источниками брака при изготовлении продукции, а на каких станках требуется в первую очередь искать причины брака.

Таблица 4.8

Станок	Число изготовленных деталей, шт.	Число дефектных деталей, шт.	Доля дефектной продукции, %	Стоимость детали, руб.	Издержки от брака на одну деталь, руб.
А	400	8	2	50	1,0
Б	200	5	2,5	40	1,0
В	250	4	1,6	125	2,0
Г	100	5	5	60	3,0
Д	50	2	4	87,5	3,5

Решение поставленной задачи не лежит на поверхности. На первый взгляд, анализируя данные табл. 4.8, можно рекомендовать искать причины брака на станке Г, потому что именно на нем самая большая доля брака. Однако, если подсчитать издержки от брака по каждому станку и отнести их к общему количеству изготовленных деталей на этих же станках, то получим приведенные затраты на одну деталь (последняя графа таблицы 4.8), которые показывают, что в первую очередь необходимо искать причину брака на станке Д.

Диаграмма Исикавы. Выявить основные источники брака, еще не значит определить его причины. А причин может быть много, так же как и множество факторов, вызывающих эти причины. Прежде, чем искать причины, необходимо обозначить наиболее вероятные факторы, которые эти причины инициируют. Японский ученый К.Исикава первым предложил методику поиска причин, которая называется **диаграммой Исикавы**. Эта диаграмма имеет еще несколько названий: диаграмма причин и результатов, диаграмма «речных притоков», диаграмма «рыбий скелет». Последние два названия связаны с графической интерпретацией диаграммы.

Рассмотрим построение диаграммы Исикавы. На первом этапе необходимо выделить (сформулировать) проблему. Например, выход за пределы допуска размера параметра качества. График диаграммы действительно похож на скелет рыбы, на котором центральный хребет представляет собой анализируемый показатель качества, а большие кости скелета, направленные к хребту почти вертикально (но с небольшим наклоном назад, от головы, где сформулирована проблема), представляют собой главные причины, которые могут привести к отклонению показателя качества. К главным причинам (костям) под прямым углом проводятся горизонтальные отрезки причин второго порядка и т.д. (рис. 4.11). Количество второстепенных костей, соответ-

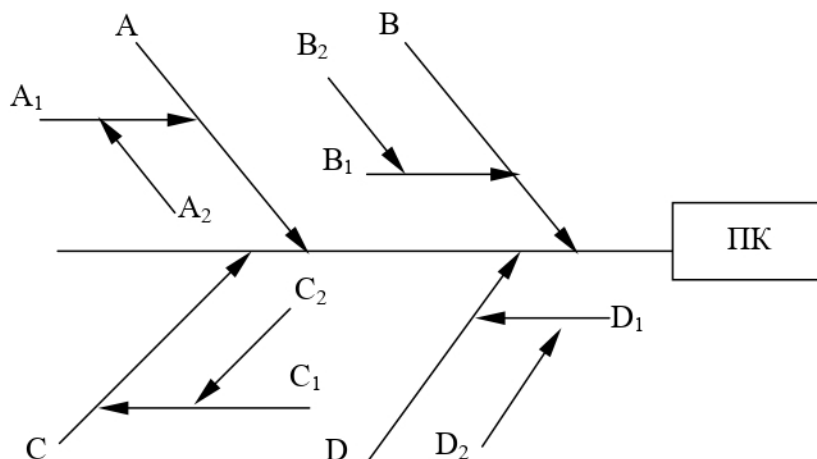


Рис. 4.11. Причинно-следственная диаграмма с разделением причин по уровням: ПК – исследуемый показатель качества; А, В,... D – главные причины; А₁, В₁,...D₁ – причины второго уровня; А₂, В₂, ...D₂ – причины третьего уровня и т.д.

ствующих причинам низшего порядка значимости, зависит от глубины дальнейшего анализа.

На втором этапе команда специалистов методом «мозгового штурма» выделяет наиболее вероятные (главные и второстепенные) причины отклонений показателя качества. Создание команды не исключает привлечения к обсуждению проблемы других специалистов функциональных подразделений или работников подразделения, в котором сформировалась проблема.

На третьем этапе производится сортировка причин по их предполагаемой значимости (вероятности). При сортировке можно использовать диаграмму Парето с целью экспериментальной проверки в первую очередь тех вероятных причин, суммарная значимость которых превышает 75-80 %.

На четвертом этапе разрабатываются мероприятия по экспериментальной проверке этих причин. При планировании экспериментов необходимо подбирать контрольные партии образцов с учетом расслоения вероятных факторов. Анализ и проверка продолжаются, пока не будут выяснены истинные причины отклонения показателя. При длительных безуспешных поисках выделенных причин целесообразно вернуться к диаграмме и определить новые направления поиска. Процесс поиска можно считать законченным, если издержки производства по данному показателю качества снизились в 2-5 раз.

Управление процессом с помощью контрольных карт. Для управления процессом с помощью контрольных карт надо проверить, приемлема ли его воспроизводимость, т.е. определить, стабилен ли процесс и указывает ли диапазон варьирования показателя качества на карте на удовлетворительное согласование с требованиями документации. Если оказывается, что процесс неадекватен, и показатель качества находится в неконтролируемом состоянии, надо проработать план проведения экспериментов, позволяющих выявить причины отклонений и преодолеть ненормальность в рамках действующих контрольных границ, одновременно улучшая процесс.

Если контрольная карта показывает, что процесс после улучшения находится в желаемом состоянии, то принятые новые контрольные границы и вводятся для управления процессом.

Когда в состоянии процесса обнаруживаются технические недостатки, контрольные линии (границы) надо пересматривать. Такой пересмотр необходимо осуществлять как можно быстрее. Даже если и не обнаруживаются заметные изменения, все равно надо делать регулярные перепроверки контрольных линий. Их пересмотр должен основываться на размахе вариаций, которые могут встретиться при хорошо управляемом процессе.

Для введения процесса в целом в контролируемое состояние, прежде всего, следует представить себе вклад различных факторов в возмущение процесса и избегать ненормальных изменений этих факторов. А чтобы этого достигнуть, нужна стандартизация (разработка СТП) технологических прие-

мов и методов. Способность удовлетворять главными факторами процесса обязательна при планировании стандарта. Стандарты надо непрерывно пересматривать для улучшения ведения процесса с использованием контрольных карт.

При разработке стандартов необходимо пересмотреть все связанные с этим процедуры, их документальное оформление, пересмотр, подготовку кадров и внедрение.

Исследование причин несоответствия. Рассмотрим на конкретном примере порядок выявления причин дефектов [19]. Допустим, что на предприятии, производящем листовые рессоры для тракторов, были обнаружены трещины на отдельных рессорах. Требуется как можно быстрее выяснить причину дефекта и предотвратить его появление в дальнейшем.

Для выявления причины дефекта из ведущих специалистов предприятия была создана команда, которая в результате обсуждения проблемы выявила следующую информацию:

а) В одной и той же печи термообработку проходят рессоры для двух типов тракторов: малых (A_1) и средних (A_2). Эти рессоры сделаны из одного материала, но отличаются формой.

б) Недавно увеличился спрос на малые тракторы и объем их производства стал расти. Пропорционально возросло и число рессор, подвергаемых термообработке за один раз.

в) Печь работает в две смены (B_1 и B_2). За смену завершается два цикла термообработки, т.е. каждую смену проводится две загрузки рессор.

г) Отдельные специалисты высказали предположение, что появление трещин могло быть связано с изменением твердости рессор.

д) Для твердости рессор документацией установлены приемлемые пределы от 350 до 460 НВ (твердость по Бринеллю).

е). Выяснилось, что применяется два способа садки рессор в печь: в центре печи (C_1) и около стенок (C_2).

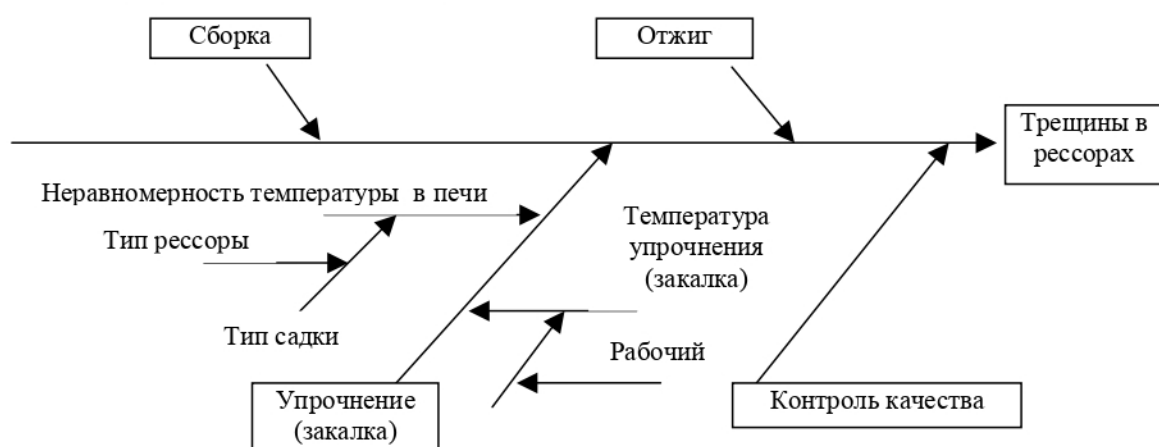


Рис. 4.12. Диаграмма причин и результатов для трещины в рессорах

Команда пришла к выводу, что главными причинами возникновения дефекта могут быть: режим термообработки (отжиг), упрочнение рессор (закалка), неправильный контроль качества, а второстепенными: тип садки, номер смены, тип рессоры, неравномерность температуры в печи. В соответствии с выводами была построена диаграмма причин и результатов (рис. 4.12). Были разработаны мероприятия по выявлению причин дефекта, в которых намечалось проведение ежедневно (в течение 16 рабочих дней) термообработки четырех партий (по две в каждой партии, отличающиеся способом садки) рессор с измерением их твердости. При этом планирование экспериментов производилось таким образом, чтобы имело место варьирование вариантов термообработки по параметрам A_1, A_2, B_1, B_2 . Одновременно с этим было предложено измерить твердость всех рессор, в которых в течение этих 16 дней были обнаружены трещины (независимо от того, попали ли эти рессоры в эксперимент). Результаты экспериментов отражены в табл.4.9.

Таблица 4.9

День	Тип рессоры А	Смена В	№ партии	Садка C_1 , НВ	Садка C_2 , НВ	Твердость НВ рессор с трещинами
1	2	3	4	5	6	7
1	A_1	B_1	1	396	420	
			2	396	421	
		B_2	3	408	423	460
			4	408	438	
2	A_1	B_1	5	393	400	
			6	401	399	
		B_2	7	404	438	
			8	396	429	450
3	A_1	B_1	9	385	410	451
			10	391	432	451, 453
		B_2	11	377	407	
			12	378	410	
4	A_1	B_1	13	387	421	456, 443
			14	397	422	
		B_2	15	397	397	462, 446, 456
			16	384	404	
5	A_2	B_1	17	402	391	
			18	398	401	
		B_2	19	393	382	
			20	381	366	
6	A_2	B_1	21	392	411	

Продолжение табл. 4.9

1	2	3	4	5	6	7
			22	382	399	
		B ₂	23	395	402	
			24	407	381	
7	A ₂	B ₁	25	413	392	
			26	387	392	
		B ₂	27	394	400	
			28	401	409	
8	A ₂	B ₁	29	401	404	
			30	400	405	
		B ₂	31	414	418	
			32	406	407	
9	A ₁	B ₁	33	406	418	453, 457
			34	397	421	
		B ₂	35	436	419	
			36	400	454	454, 449
10	A ₁	B ₁	37	390	432	
			38	387	422	450
		B ₂	39	398	409	
			40	378	419	
11	A ₁	B ₁	41	390	420	
			42	417	430	445, 458, 473
		B ₂	43	373	419	446, 457, 455
			44	385	395	465, 458
12	A ₁	B ₁	45	394	406	460, 455
			46	391	410	
		B ₂	47	385	413	
			48	378	419	447, 444, 457
13	A ₂	B ₁	49	411	403	
			50	410	392	
		B ₂	51	385	370	
			52	398	393	
14	A ₂	B ₁	53	394	395	
			54	397	419	
		B ₂	55	409	406	
			56	397	404	
15	A ₂	B ₁	57	406	399	
			58	411	415	
		B ₂	59	385	386	

Окончание табл. 4.9

1	2	3	4	5	6	7
			60	408	418	
16	A ₂	B ₁	61	387	410	
			62	395	401	
		B ₂	63	410	395	
			64	400	400	

По результатам всех измерений твердости была построена общая гистограмма (рис. 4.13). Она демонстрирует приблизительно нормальное распределение, причем все образцы лежат внутри границ поля допуска твердости. Вместе с тем трещины обнаруживаются у образцов, имеющих высокую твердость, хотя многие из них попадают в поле допуска.

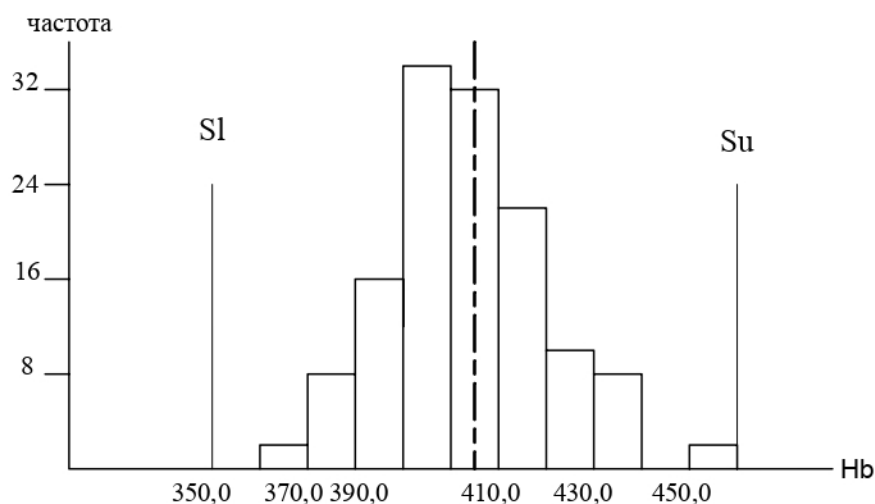


Рис. 4.13. Общая гистограмма распределения твердости (SI – Su) поля допуска

Отдельно построена гистограмма для образцов, имеющих трещины (рис. 4.14). Все рессоры с трещинами лежат выше значений 440 НВ. Симпто-

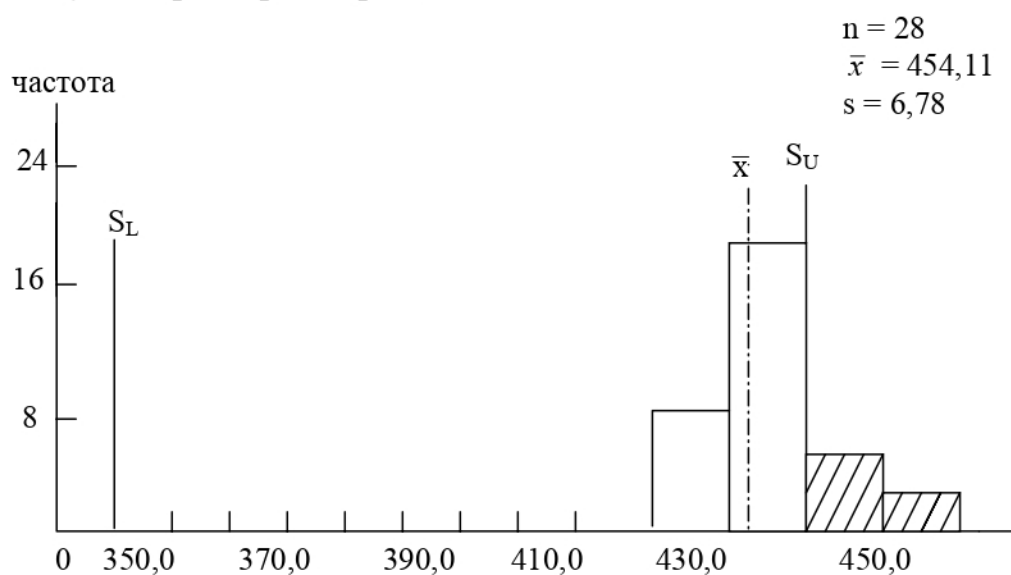


Рис. 4.14. Гистограмма для образцов с трещинами

матично, что все образцы с трещинами относятся к типу рессор A_1 , что означает, что причины возникновения дефектов связаны с термообработкой рессор для малых тракторов.

Гистограммы для различных типов рессор A_1 и A_2 (рис. 4.15) свидетельствуют, что:

- средняя твердость рессор типа A_1 несколько выше, чем твердость рессор типа A_2 ,
- распределение твердости рессор типа A_2 имеет небольшой разброс и среди них нет образцов с трещинами.

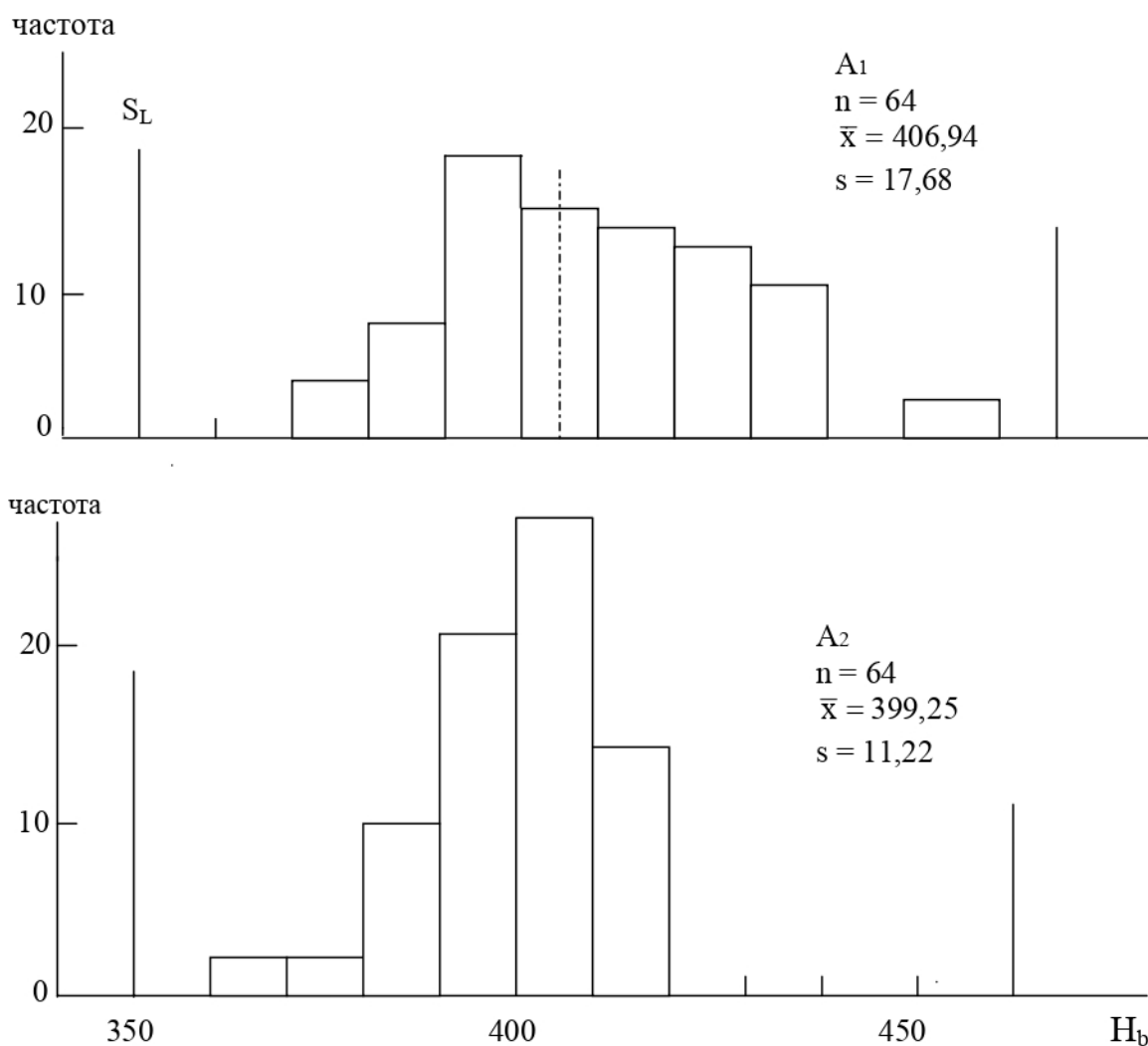


Рис. 4.15. Гистограммы для различных типов рессор A_1 и A_2

Гистограммы для различных смен B_1 и B_2 (рис. 4.16) существенно не отличаются, хотя поле рассеяния для B_1 меньше, чем для B_2 . Рессоры с трещинами попадают только в смену B_2 .

Гистограммы для различных садок образцов в печи C_1 и C_2 (рис. 4.17) показывают, что:

- средняя твердость образцов, взятых из середины печи (C_1), меньше, чем твердость образцов у стенок (C_2), и вариация – меньше,

- потрескались только образцы, взятые возле стенок (C_2), что свидетельствует о том, что в печи имеет место неравномерность температуры и образцы, расположенные у стенок, приобретают большую твердость, чем требуется, что может приводить к трещинам.

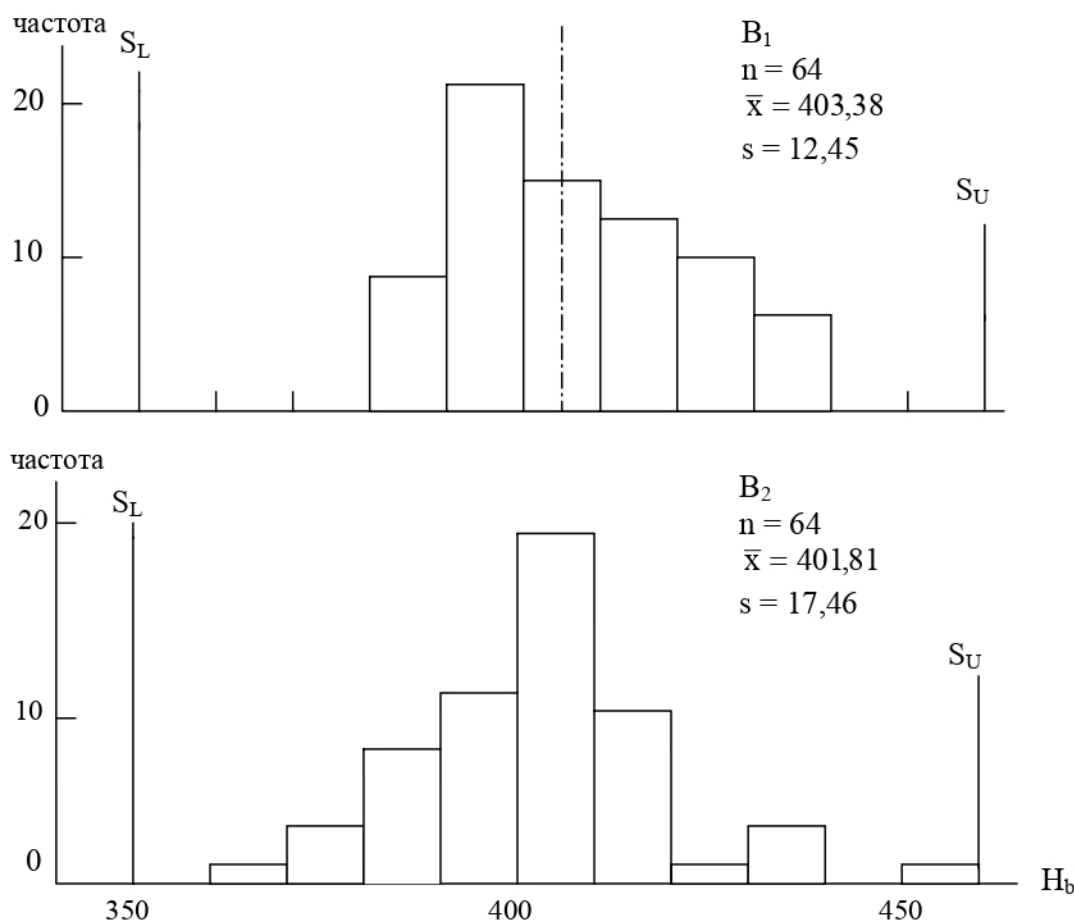


Рис. 4.16. Гистограммы для различных смен B_1 и B_2

Анализ гистограмм для различных комбинаций факторов A и B показал, что комбинация A_2B_1 имеет наименьшее рассеяние твердости образцов, а самые большие рассеяния связаны с комбинациями, в которых присутствует A_1 .

Анализ гистограмм для различных комбинаций факторов A , B и C показал:

- средняя твердость для образцов типа A_1 явно выше для положения C_2 , чем для положения C_1 ,
- средняя твердость образцов типа A_2 практически не зависит от их положения в печи,
- все комбинации с A_2 концентрируются вокруг середины поля допуска твердости и имеют малую вариацию.

Чтобы сделать окончательные выводы для нашего примера можно вполне, на наш взгляд, обойтись анализом гистограмм. Однако представляет

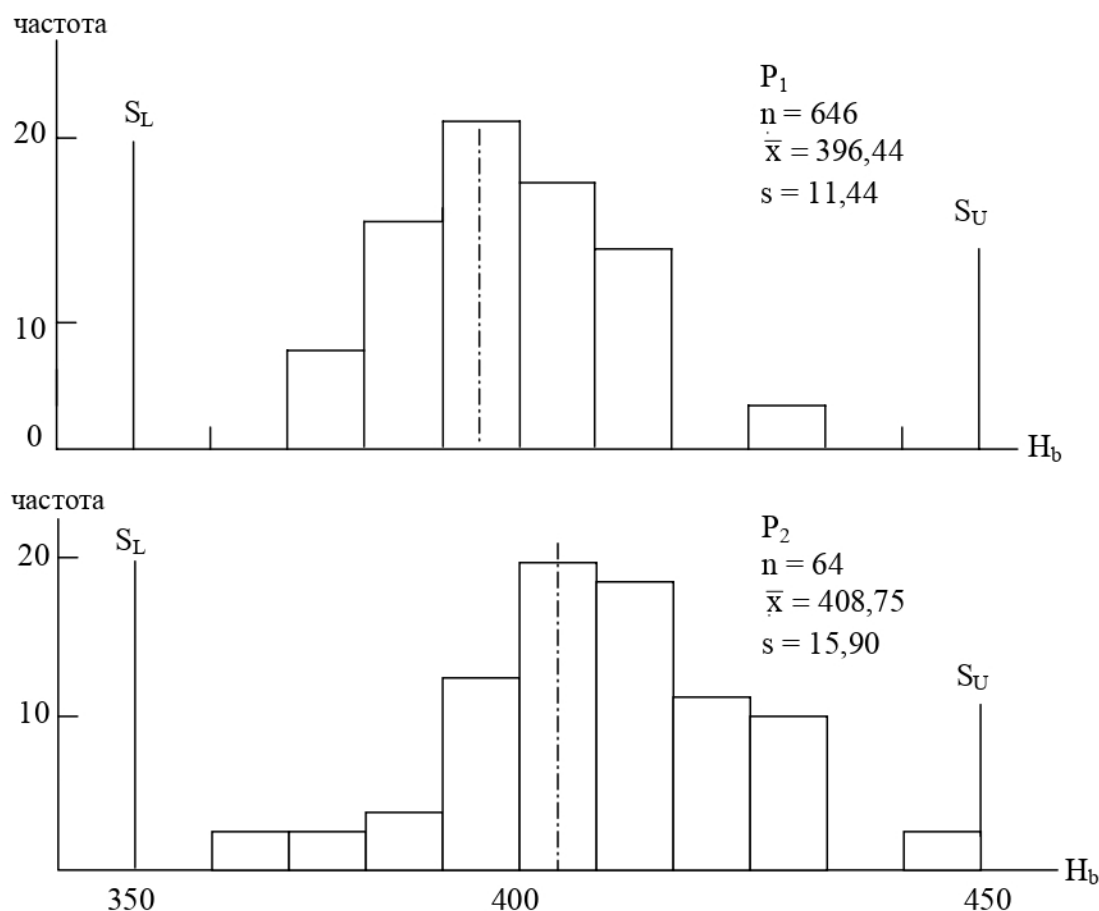


Рис. 4.17. Гистограммы для различных положений в печи для термообработки P_1 и P_2

интерес и анализ процесса с применением контрольных карт, учитывая, что в этом случае имеют место свои специфические методы исследования.

Построим общую для всех контрольных образцов контрольную $(\bar{X}-R)$ – карту, где \bar{X}_i – среднее арифметическое значений твердости в i -й партии (всего 64) образцов, а R_i – размах между максимальным и минимальным значениями твердости в i -й партии (рис. 4.18).

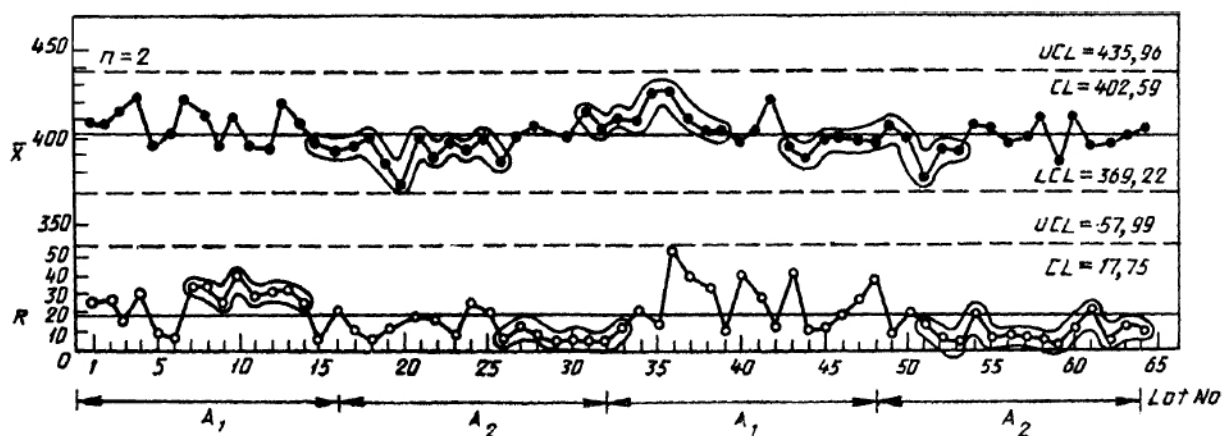


Рис. 4.18. Общая $(\bar{X}-R)$ – карта

По приведенным в разделе 4.6 формулам (4.24) вычислим значения контрольных границ и центральной линии в обеих контрольных картах.

Анализируя \bar{X} – карту, можно отметить, что отсутствуют точки, лежащие за контрольными границами, зато имеется несколько длинных серий значений твердости (точки 15-36, 31-39, 43- 53), что ненормально и указывает на неконтролируемое состояние процесса.

При анализе R – карты можно отметить, что и в этой карте нет значений, лежащих за пределами контрольных пределов. Вместе с этим имеются длинные серии значений параметра (точки 7-14, 26-33, 51-64), что указывает на выход процесса из контролируемого состояния. Можно также отметить, что величина R относительно велика для рессор типа A₁ и относительно мала для рессор типа A₂. Это означает, что эти два типа рессор нужно рассматривать отдельно.

Отразим на рис. 4.19 контрольные карты (\bar{X} – R), расслоенные в соответствии с факторами A и B. Для сравнения не надо рассматривать все измерения, а достаточно сравнить результаты на каком – либо отрезке общей карты.

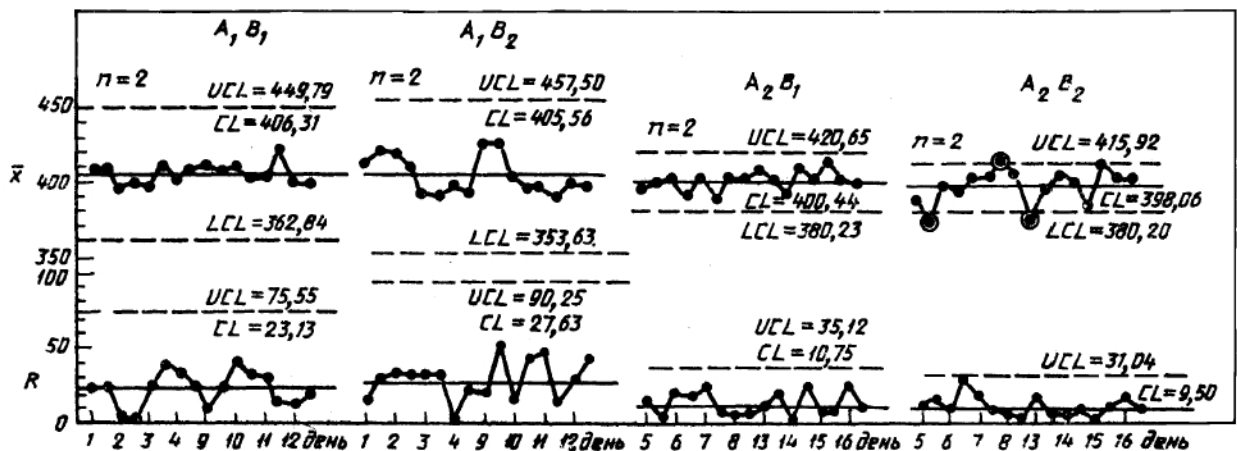


Рис. 4.19. Контрольные карты, расслоенные по двум факторам A и B

По приведенным на рис. 4.19 картам можно сделать следующие выводы:

- при комбинациях факторов (A₁B₁, A₁B₂, A₂B₁) на всех картах R и \bar{X} демонстрируется стремление к группированию значений к центральной линии. Вместе с этим заметно, что среднее значение R на первых двух картах выше, чем на третьей. Можно отметить, что процесс при этих комбинациях достаточно стабилен. Причем каждая подгруппа сформирована из данных о рессорах, взятых как из центра печи, так и возле стенок,

- на карте A₂B₂ можно также отметить стабильность процесса по вариации (карта R). В то же время на карте \bar{X} выявлено три точки, лежащие за пределами контрольных границ, что указывает на неконтролируемое состояние процесса. Можно допустить, что имеет место влияние фактора смены.

Продолжим расслоение данных, приведенных в табл. 4.9, выделяя контрольные карты для рессор типа A_1 , расслоенные в соответствии с В и Р (рис.4.20). Анализ контрольной карты показал:

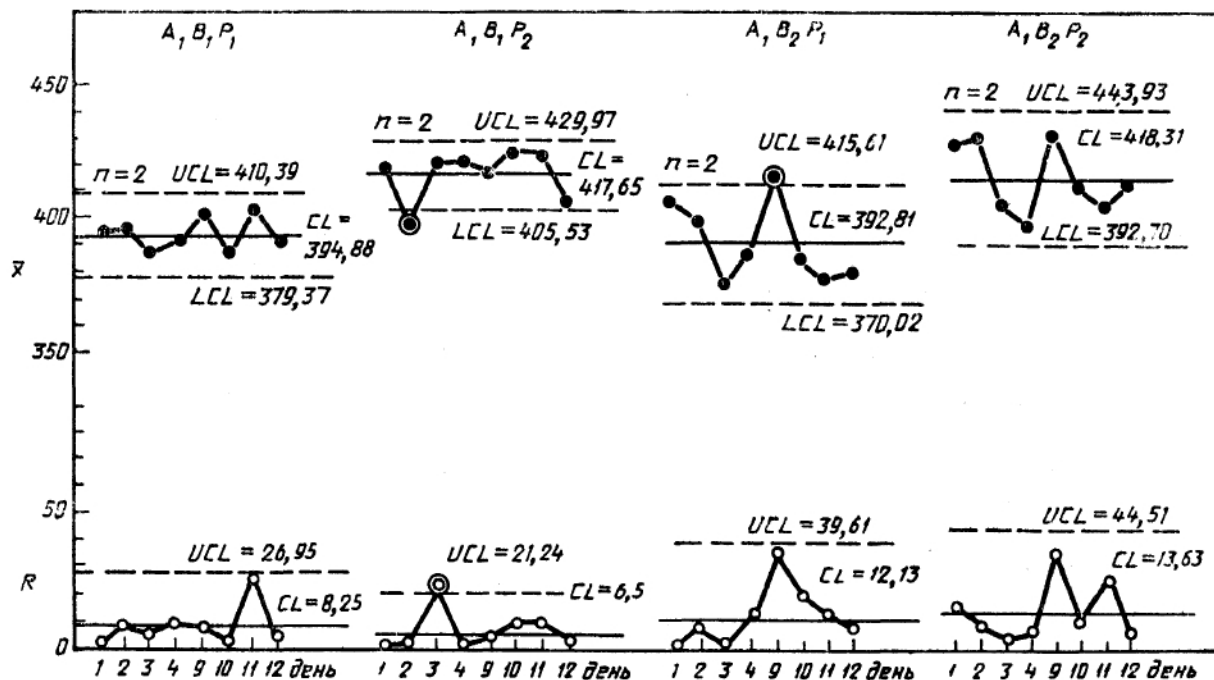


Рис. 4.20. Контрольные карты для рессор типа A_1 , расслоенные по двум факторам В и Р

- различие средних (карта $\bar{X} - R$) для $A_1B_1C_1$ и $A_1B_1C_2$ очевидно – одна точка попала за контрольные пределы как на карте \bar{X} , так и на карте R, что свидетельствует о неконтролируемом состоянии процесса, хотя одновременно можно отметить группирование данных возле центральной линии,

- сравнение комбинаций $A_1B_2C_1$ и $A_1B_2C_2$ показывает различие средних в карте \bar{X} и выход за контрольные границы одной точки у комбинации $A_1B_2C_1$; вариация на контрольных картах R у обеих комбинаций одинаково стабильна.

Интересно посмотреть контрольные карты для рессор типа A_2 , расслоенные в соответствии с фактором В (рис. 4.21):

- обе карты (\bar{X} и R) комбинации A_2B_1 находятся в контролируемом состоянии,

- в комбинации A_2B_2 карта R показывает, что процесс в контролируемом состоянии, а \bar{X} – карта – нет, так как одна точка попала за контролируемые границы, да еще наблюдается тенденция приближения значений к контрольным границам.

Оценив результаты анализа гистограмм и контрольных карт, можно сделать следующие выводы по причинам появления дефекта рессор:

- 1) Трещины наблюдаются в рессорах типа A_1 (для малых тракторов). Представляется, что они обусловлены методом положением садки рессор в

печи. При термообработке малых рессор возникает градиент температуры между центром печи и ее стенками. Это, как нам кажется, ведет к увеличению твердости рессор, что, в свою очередь, приводит к росту образования трещин.

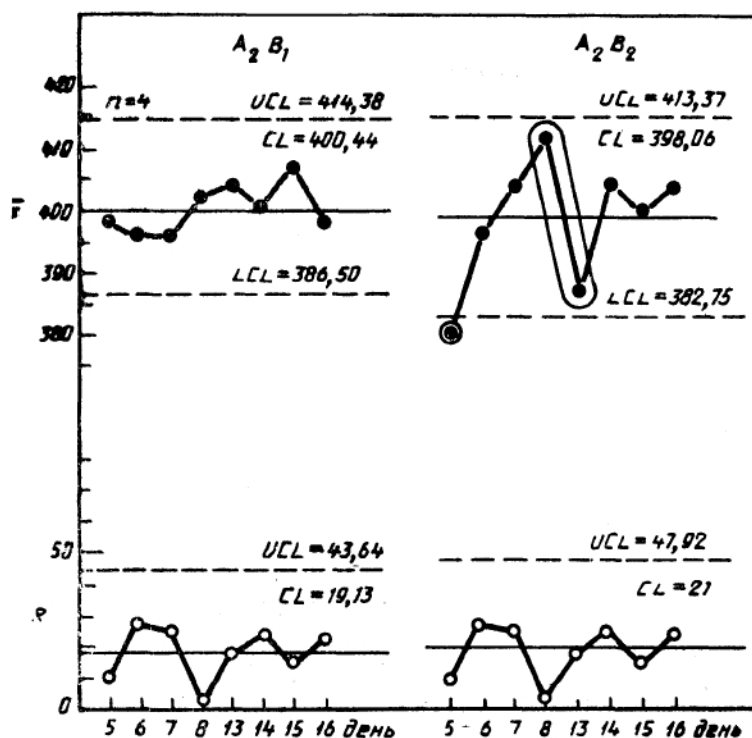


Рис. 4.21. Контрольная карта для рессор типа A_2 , расслоенные в соответствии с фактором В

Чтобы избежать перегрева рессор в печи, надо так изменить методы сажек, чтобы обеспечить температурный градиент, который бы не превышал градиента, возникающего в печи при термообработке рессор типа A_2 .

2) Следует, вероятно, пересмотреть допуски на твердость рессор. Надо установить зависимость между твердостью рессор и их склонностью к образованию трещин и ввести новые стандарты. Исходя из информации по рассматриваемому примеру, необходимо ограничить верхнюю допустимую границу твердости значением 440 НВ.

3). Сравнение разных смен показывает что в смену В₂ печь работает нестабильно. Надо исследовать причины того, почему нет вариации между партиями в течение дня, но есть вариации между разными днями. Следует, вероятно, пересмотреть технологические инструкции и методы работы печи.

5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

5.1. Общие понятия о статистическом контроле качества

В любой системе управления качеством продукции статистические методы контроля качества имеют особое значение и относятся к числу наиболее прогрессивных методов.

В отличие от статистических методов регулирования техпроцессов, где по результатам контроля выборки принимается решение о состоянии процесса (налажен или разлажен), при статистическом приемочном контроле по результатам контроля выборки принимается решение о судьбе всей партии продукции: принять или отклонить партию продукции.

Если при статистических методах регулирования техпроцесса отбор единиц продукции в выборку осуществляется через заранее установленные промежутки времени или количество единиц продукции, то при статистических методах выборочного контроля единицы продукции нужно сначала объединить в партию, а затем из этой партии отобрать выборку необходимого объема. При этом контроль проводится по каждой партии отдельно.

Статистические методы контроля качества подразделяются на:

- статистический приемочный контроль по альтернативному признаку,
- выборочный приемочный контроль по варьирующим характеристикам качества,
- стандарты статистического приемочного контроля,
- системы экономических планов,
- планы непрерывного выборочного контроля.

Наиболее характерным примером статистического контроля качества является статистический приемочный контроль. Основная идея такого контроля в том, что о качестве контролируемой партии продукции судят по значениям характеристик малой выборки этой партии. Различают приемочный контроль по качественному и количественному признаку.

При контроле по качественному признаку каждую проверяемую единицу продукции относят к определенной группе (годная или дефектная), а последующие решения принимаются в зависимости от соотношения количества изделий, оказавшихся в этих группах. Такой контроль называется **альтернативным**.

При контроле по количественному признаку определяют значения одного или нескольких параметров единицы продукции, а последующие решения принимаются в зависимости от этих значений (среднее арифметическое параметра, среднеквадратическое отклонение).

В настоящей работе основное внимание будет уделено альтернативному выборочному контролю.

Следует отметить особенность выборочного контроля, которая заключается в колебании выборочных оценок. Это значит, что в любой выборке (одинакового размера) из одной и той же партии может иметь место разное количество дефектных изделий, а значит, по результатам контроля одной выборки можно принять партию, а по другой ту же партию – забраковать.

Выборочный контроль осуществляется по плану, в основу которого заложены не только экономические соображения, но и соответствующие статистические методы, обуславливающие объем выборки и критерии оценок. На многих российских предприятиях выборочный контроль, к сожалению, редко бывает подкреплен такого рода обоснованиями.

Для применения выборочного контроля необходимо выполнить следующие условия:

- выборочный контроль не может гарантировать, что все оставшиеся внутри партии изделия (после выборки) удовлетворяют техническим требованиям,
- выборка должна формироваться случайным образом,
- при выборочном контроле есть вероятность риска, как поставщика, так и потребителя.

Как правило, планы выборочного приемочного контроля проектируют таким образом, чтобы вероятность отбраковки годной продукции была мала. Эту ситуацию называют **риском поставщика** – вероятностью ошибки, при которой годную партию изделий могут в результате колебаний выборочной оценки признать не соответствующей техническим требованиям.

В большинстве планов выборочного контроля предусмотрено, чтобы риск поставщика (α) составлял не более 5%. На практике, как правило, принимают $\alpha = 0,05$.

Важно также, чтобы план приемочного выборочного контроля учитывал бы и интересы потребителя (заказчика) таким образом, чтобы вероятность приемки продукции низкого качества была также мала.

Такая ситуация называется **риском потребителя** – вероятностью ошибки, при которой негодную партию изделий в результате колебаний выборочной оценки ошибочно признать годной. На практике обычно принимают риск потребителя $\beta = 0,10$. Вдвое меньший риск поставщика по сравнению с риском потребителя объясняется возможными экономическими потерями при возникновении в процессе приемочного контроля таких ситуаций. При установленных величинах рисков вероятные издержки поставщика и потребителя примерно одинаковы.

5.2. Уровни дефектности

Рассмотрим статистический приемочный контроль, когда из партии извлекается выборка, по которой принимается одно из двух решений:

- принять партию, если число дефектных единиц продукции в выборке меньше или равно приемочному числу,
- подвергнуть партию сплошному контролю, если число дефектных единиц продукции в выборке больше приемочного числа.

Определим предварительно понятия входного и выходного уровня дефектности.

Входным уровнем дефектности называется уровень дефектности в партии или потоке продукции, поступающей на контроль за определенный интервал времени. Этот уровень обусловлен техническими возможностями производства. Математическое ожидание входного уровня дефектности в нескольких партиях или потоке продукции, поступающей за определенный интервал времени, называется **средним входным уровнем дефектности**.

Выходным уровнем дефектности называется уровень дефектности в принятой партии или потоке продукции, поступающей за определенный интервал времени. Математическое ожидание выходного уровня дефектности в принятых и забракованных партиях (в которых после сплошного контроля все обнаруженные дефектные изделия заменены годными) называется **средним выходным уровнем дефектности (AOQ)**.

Предположим, что средний входной уровень дефектности невелик. Тогда большинство партий продукции принимается, а оставшееся небольшое число партий с входным уровнем дефектности, превышающим определенную величину, подвергается сплошному контролю с заменой дефектных изделий. В результате потребитель получает продукцию с малой дефектностью и с небольшими затратами поставщика на контроль.

Теперь допустим, что входной уровень дефектности велик. Тогда большинство партий подвергается сплошному контролю с заменой дефектной продукции, а небольшая часть партий принимается сразу после выборочного контроля. Очевидно, что потребитель и в этом случае получит продукцию с небольшим выходным уровнем дефектности, но при больших затратах поставщика на контроль.

Так как входной контроль нивелирует и высокий, и низкий входной уровень дефектности, то существует максимальное для каждого плана контроля значение среднего выходного уровня дефектности, которое носит название **пределом среднего выходного уровня дефектности (AOQL)**.

Исходя из вышеизложенного, можно подойти к обоснованию планов статистического приемочного контроля с такими критериями:

- средний входной уровень дефектности с определенной вероятностью не должен быть выше заданного значения,
- средний выходной уровень дефектности AOQL с определенной вероятностью не должен быть выше заданного значения,
- предел среднего выходного уровня дефектности AOQL не должно быть выше заданного значения.

В ГОСТ 18242 – 72 на статистический приемочный контроль по альтернативному признаку приведены коэффициенты, которые могут служить точной оценкой значения AOQL для выбранного плана контроля при умножении их на $(1 - n/N)$. Если n (выборка) мала по сравнению с объемом партии N , то выражение в скобках незначительно отличается от единицы, и тогда сами коэффициенты являются достаточно точной оценкой AOQL.

Проиллюстрируем это на **примере**. Допустим, на контроль поступает продукция партиями по 1000 единиц. Для контроля выбран одноступенчатый, нормальный план с приемочным уровнем дефектности $AQL = 4\%$, уровнем контроля – 2. По табл. 1 ГОСТ 18242 –72 находим код объема выборки – J. Требуется определить предел среднего выходного уровня дефектности AOQL.

Из табл. 31 в ГОСТ 18242 – 72 по коду объема выборки J и $AQL = 4\%$ находим $n = 80$ и $AOQL = 5,6\%$. Это значение является достаточно точной оценкой AOQL, так как объем выборки составляет $80/1000 = 0,08$, т.е. 8% от объема партии. Точное значение AOQL определяется по формуле $AOQL \cdot (1 - n/N) = 5,6 \cdot (1 - 0,08) = 5,15\%$. Следовательно (так как $5,15 < 5,6$), выбранный план контроля с $AQL = 4\%$ гарантирует, что в принятых партиях продукции в среднем будет не больше 5,15% дефектной продукции.

Обоснование планов контроля, элементами которых являются объем выборки и приемочное число, связано с понятием приемочного и браковочного уровня дефектности.

Приемочным уровнем дефектности (AQL) называется максимальный уровень дефектности (для одиночных партий) или средний уровень дефектности (для последовательности партий), который для целей приемки продукции рассматривает как удовлетворительный. Приемочному уровню дефектности для данного плана контроля соответствует высокая вероятность приемки.

Браковочным уровнем дефектности (LQ) называется минимальный уровень дефектности в одиночной партии, который для целей приемки продукции рассматривается как неудовлетворительный. Браковочному уровню дефектности для данного плана соответствует высокая вероятность забраковать партию.

В ГОСТ 18242 – 72 приведены таблицы, позволяющие определить риск потребителя β , браковочный уровень LQ, приемочный уровень AQL и объем выборки n . В указанном стандарте риск потребителя принимается 5% или 10%.

5.3. Планы и оперативные характеристики планов выборочного контроля

Основной характеристикой партии изделий при контроле по альтернативному признаку является генеральная доля дефектных изделий q :

$$q = M/N, \quad (5.1)$$

где M – число дефектных изделий в партии объемом N .

Как правило, в практике статистического контроля генеральная доля q неизвестна и ее следует оценивать по результатам контроля ряда случайных выборок объема n изделий, из которых m дефектных.

Под планом статистического контроля будем понимать систему правил, указывающих методы отбора изделий для проверки, и условия, при которых партию следует принять, забраковать или продолжить контроль. Различают следующие виды планов статистического контроля партии продукции по альтернативному признаку: одноступенчатые, двухступенчатые, многоступенчатые и последовательный контроль.

Одноступенчатые планы, согласно которым если среди n случайно отобранных изделий число дефектных m окажется не больше приемочного числа c ($m \leq c$), то партия принимается; в противном случае партия бракуется.

Двухступенчатые планы, согласно которым, если среди n_1 случайно отобранных изделий число дефектных m_1 окажется не больше приемочного числа c_1 ($m_1 \leq c_1$), то партия принимается; если $m_1 \geq d_1$, где d_1 – браковочное число, то партия бракуется. Если же $c_1 < m_1 < d_1$, то принимается решение о взятии второй выборки объемом n_2 . Тогда если суммарное число дефектных изделий в двух выборках $(m_1 + m_2) \leq c_2$, то партия принимается, в противном случае партия бракуется по данным двух выборок.

Многоступенчатые планы являются логическим продолжением двухступенчатых планов. Первоначально берется выборка объемом n_1 и определяется число дефектных изделий m_1 . Если $m_1 \leq c_1$, то партия принимается. Если $m_1 \geq d_1$ ($d_1 > c_1 + 1$), то партия бракуется. Если же $c_1 < m_1 < d_1$, то принимается решение о взятии второй выборки объемом n_2 . Пусть среди $n_1 + n_2$ изделий имеется m_2 дефектных. Тогда если $m_2 \leq c_2$, где c_2 – второе приемочное число, то партия принимается; если $m_2 \geq d_2$ ($d_2 > c_2 + 1$), то партия бракуется. При $c_2 < m_2 < d_2$ принимается решение о взятии третьей выборки. В дальнейшем контроль проводится по аналогичной схеме, за исключением последнего k – го шага, при котором если $m_k \leq c_k$, то партия принимается, если же $m_k > c_k$, то партия бракуется. При этом обычно принимается, что объем выборок одинаков.

Последовательные планы, при которых решение о контролируемой партии принимается после оценки качества ряда выборок, общее число которых

заранее не установлено и определяется в процессе контроля по результатам предыдущих выборок.

Одноступенчатые планы наиболее просты при организации контроля на производстве. Двухступенчатые, многоступенчатые и последовательные планы контроля обеспечивают при том же объеме выборки большую точность принимаемых решений, но они более сложны в организации контроля и требуют значительных вычислений.

Задача статистического выборочного контроля фактически сводится к статистической проверке гипотезы о том, что доля дефектных изделий q в партии равна допустимой величине q_0 . Задача правильного выбора плана статистического контроля состоит в том, чтобы сделать ошибки первого рода (риск поставщика) и второго рода (риск потребителя) маловероятными.

Основным вероятностным показателем плана статистического контроля является оперативная характеристика.

Оперативной характеристикой плана контроля называется функция $P(q)$, равная вероятности принять партию продукции с долей дефектных изделий q . Очевидно, что для каждого плана будет своя оперативная характеристика.

В случае **сплошного** контроля продукции, при котором дефект не может быть пропущен, оперативная характеристика будет **идеальной** (рис. 5.1). Она соответствует следующей функции:

$$P(q) = \begin{cases} 1 & \text{при } q_0 \geq q \geq 0 \\ 0 & \text{при } 1 \geq q > q_0 \end{cases}$$

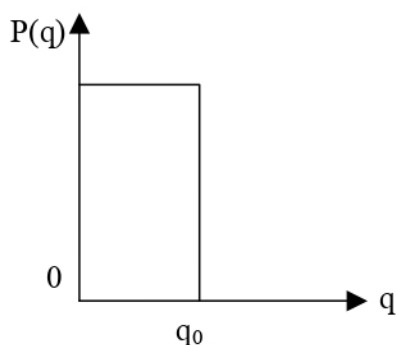


Рис. 5.1. Идеальная оперативная характеристика

Для планов выборочного контроля оперативная характеристика, приведенная на рис. 5.2, имеет вид плавной кривой.

Для **примера** построим оперативную характеристику плана приемочного контроля $P(q)$ (рис. 5.3) для разных долей дефектных изделий q (табл. 5.1) при объеме партии $N=1200$; объеме выборки $n = 100$; приемочном числе $c = 3$.

Таблица 5.1

$q, \%$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$L(q)$	1,0	0,98	0,86	0,65	0,43	0,25	0,15	0,08	0,04	0,02	0,01

Расчет вероятности приемки партии $P(q)$ проведем по формуле (5.2), используя гипергеометрический закон распределения числа дефектных изделий:

$$P(q) = \frac{C_{1200} \cdot C_{1200-q, 1200}}{C_N}, \quad (5.2)$$

где C_N – число сочетаний из N элементов по n .

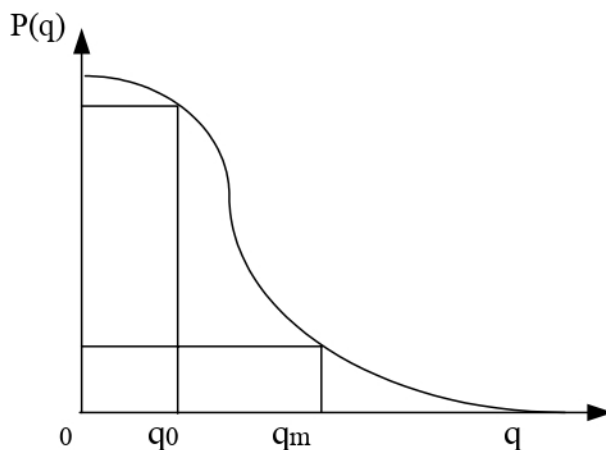


Рис. 5.2. Оперативная характеристика плана выборочного контроля

На рис. 5.3 показаны: α – риск поставщика, β – риск потребителя, AQL – приемочный уровень дефектности, LQ – браковочный уровень дефектности.

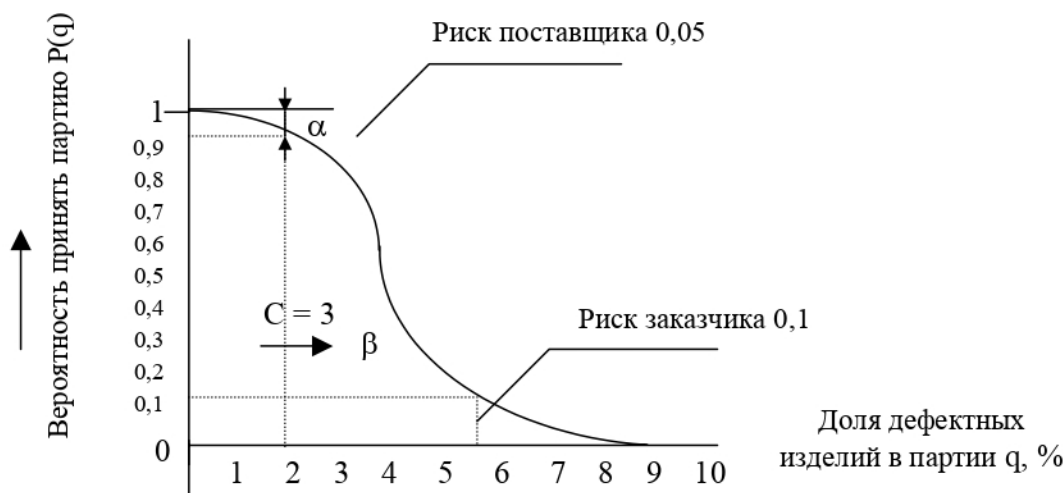


Рис. 5.3. Оперативная характеристика: α – риск поставщика, β – риск заказчика, C – приемочное число

Для разных планов контроля кривые функции $P(q)$ будут иметь разный вид. Для примера приведем в табл.5.2 вероятности принятия партии $P(q)$, варьируя значениями параметров (n, c, q), а на рис. 5.4 отразим оперативные характеристики $P(q)$ нескольких планов. Из графика видно, что планы с $c=0$ даже при малых значениях дефектности партии p гарантируют небольшую вероятность приемки партии, то есть эти планы очень жесткие.

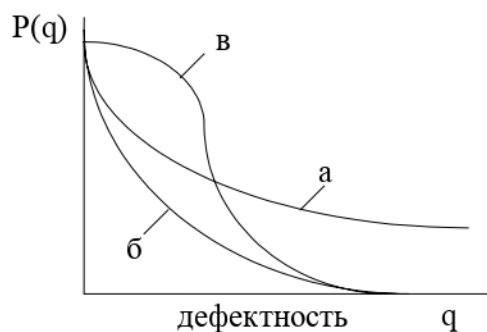


Рис. 5.4. Оперативные характеристики: а – план (5,0),
б – план (20,0), в – план (20,2)

Таблица 5.2

Вероятность приемки партии $P(q)$

План (n, c)	Уровень дефектности, q			
	0,05	0,1	0,3	0,5
(5,0)	0,77	0,59	0,17	0,03
(5,1)	0,98	0,92	0,53	0,19
(10,0)	0,60	0,34	0,03	0,001
(10,2)	0,99	0,93	0,38	0,05
(20,0)	0,36	0,12	0	0
(20,2)	0,92	0,68	0,04	0

5.4. Принципы применения стандартов на статистический приемочный контроль по альтернативному признаку

Рассмотрим порядок применения стандарта ГОСТ 18242 – 72 «Качество продукции. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Одноступенчатые и двухступенчатые корректируемые планы контроля». Этот стандарт имеет своим аналогом международный стандарт ISO 2859. Указанный стандарт может применяться для контроля всех видов продукции производственно-технического назначения и товаров народного потребления штучной продукции, поступающих на контроль в виде единичных партий или последовательности работ.

Для выбора плана выборочного контроля необходимо установить следующие показатели:

- объем партии,
- виды дефектов,
- уровень контроля,
- приемочный уровень дефектности AQL,
- тип плана выборочного контроля,
- вид контроля.

Кратко рассмотрим приведенные выше показатели.

Объем контролируемой партии должен, как правило, указываться в нормативно-технической документации на продукцию как одним числом, так и предельными значениями или в виде одиночных партий или последовательности партий.

Виды дефектов. Ранее отмечалось, что статистический приемочный контроль может осуществляться с разделением дефектов на критические, значительные и малозначительные.

Параметры или свойства единиц продукции, нарушение которых приводит к критическим дефектам (например, авиационная продукция), следует подвергать сплошному контролю или испытаниям. В случаях, где единственным методом контроля критических дефектов является разрушающий контроль (например, цельносварные изделия ракетной техники), можно проводить выборочный контроль. В этом случае приемочное число $A_c = 0$, а браковочное число $R_c = 1$.

Объем выборки определяется по формуле $n = k/p$, где k – коэффициент, зависящий от риска появления одной дефектной единицы продукции в выборке; p – максимально допустимый процент дефектных единиц продукции в партии. Значения коэффициентов k приведены в табл.5.3.

Таблица 5.3

Риск появления одной дефектной единицы продукции в выборке	Коэффициент k
1 в 10	230,26
1 в 100	460,52
1 в 1000	690,78
1 в 10000	921,04
1 в 100000	1151,30

Рассмотрим **пример**. На контроль предъявлена партия в 10 000 единиц продукции. Контроль разрушающий. Максимально допустимый процент единиц продукции с критическим дефектом p составляет 2%. Риск появления дефектных единиц продукции – одна дефектная единица в партии. Требуется определить план выборочного контроля.

Объем выборки определяем по формуле $n = k/p = k/2$.

Пользуясь данными табл. 5.3, находим $k = 921,04$. Тогда $n = 460,52$. Округляя, получим $n = 461$.

Таким образом, план выборочного приемочного контроля имеет следующие параметры: $n = 461$; $A_c = 0$; $R_c = 1$ или $(461; 0; 1)$. Очевидно, что если в выборке из $n=461$ не обнаружится ни одной дефектной единицы продукции, то партия принимается. Если будет обнаружена хотя бы одна дефектная единица, то партия бракуется.

Продукция со значительными и малозначительными дефектами может проверяться сплошным или выборочным контролем. При выборочном контроле каждой группе дефектов должен быть назначен свой приемочный уровень дефектности в соответствии с табл. 5.4.

Таблица 5.4

Класс дефекта	Приемочный уровень дефектности, %
Значительный	0,4
Малозначительный	1,5

В этом случае имеются два плана выборочного контроля, соответствующие этим приемочным уровням дефектности. Если партия не удовлетворяет хотя бы одному плану или обоим вместе, она будет забракована.

Уровень контроля. Стандарт ГОСТ 18242 – 72 содержит семь уровней контроля: I, II, III (общие); S-1; S –2; S –3; S–4 (специальные). Основным для применения является уровень контроля II.

Специальные уровни контроля используются тогда, когда объем выборки невелик.

Уровень контроля устанавливается соответственно нормативно-технической документации на конкретный вид продукции.

Приемочный уровень дефектности AQL является основным пунктом стандарта. Предполагается, что между поставщиком и потребителем имеется договоренность, согласно которой потребитель рассматривает AQL как соответствующий его требованиям, а поставщик должен предъявлять на контроль партии продукции с фактическим уровнем дефектности не больше приемочного.

В таблицах стандарта приведены AQL от 0,1 до 10% для доли дефектности и от 10 до 1000 дефектов для числа дефектов на 100 единиц продукции.

Типы планов выборочного контроля. В стандарте содержатся следующие типы планов выборочного контроля: одноступенчатые, двухступенчатые, многоступенчатые и последовательные. На рис. 5.5 приведена схема двухступенчатого плана контроля.

В случае контроля одиночных партий продукции выбор плана контроля целесообразно осуществлять на основе анализа оперативной характеристики с учетом браковочного уровня дефектности.

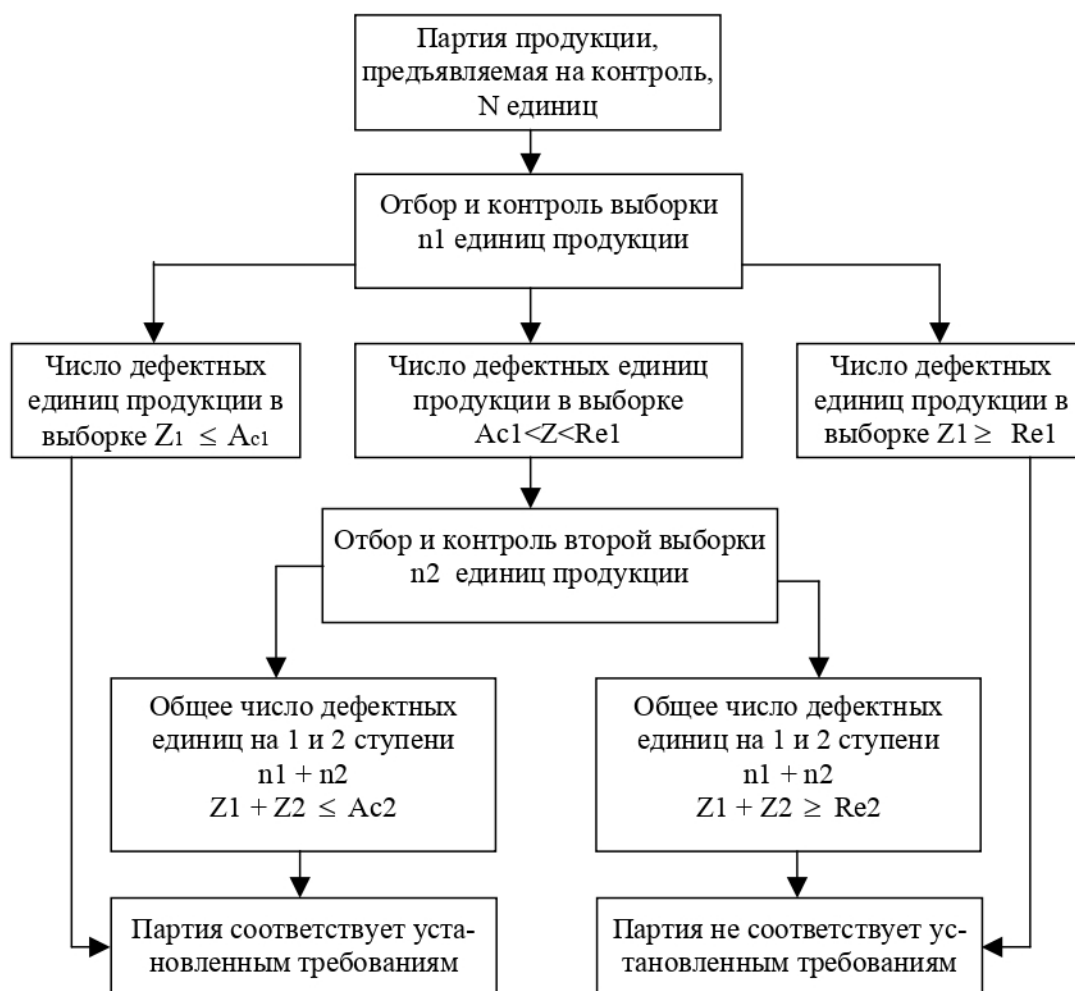


Рис. 5.5. Схема двухступенчатого плана выборочного контроля

5.5. Статистический приемочный контроль по количественному признаку

Считается, что статистический приемочный контроль по количественному признаку при одном и том же объеме выборки представляет больше информации, чем приемочный контроль по альтернативному признаку. Однако это не означает, что последний хуже. Приемочный контроль по количественному признаку имеет свои недостатки:

- наличие дополнительных ограничений, сужающих область применения,
- разработка планов может потребовать больших затрат труда,
- для контроля часто требуется более сложное оборудование.

Если осуществлять разрушающий контроль, то планы контроля по количественному признаку экономичнее планов по альтернативному признаку. При контроле по количественному признаку качество партии продукции оценивается средним арифметическим и средним квадратическим отклонением контро-

лируемого параметра, а также зависящим от них уровнем дефектности. Эти показатели качества включаются в планы контроля.

Статистический приемочный контроль по количественному признаку представлен ГОСТ 20736 – 75. Стандарт учитывает требования международного стандарта ISO 3951. Данный стандарт может быть использован для контроля всех видов штучной продукции, поступающей на контроль в виде одиночных партий при нормальном законе распределения одного или двух контролируемых параметров.

Контроль по количественному признаку заключается в том, что у единиц продукции измеряют численное значение контролируемого параметра, затем вычисляют выборочное среднеарифметическое значение \bar{X} и оценивают его отклонение γ от значения верхней T_v или нижней T_n границ допуска.

Для выбора плана выборочного контроля необходимо установить следующие показатели:

- объем партии продукции,
- уровень контроля,
- приемочный уровень контроля AQL,
- вид контроля,
- среднее квадратическое отклонение или метод его оценки,
- способ контроля.

Кратко рассмотрим эти показатели.

Объем партии устанавливается нормативно-технической документацией, а также стандартом.

Уровень контроля. Стандарт устанавливает пять уровней контроля: I, II, III (общие уровни), S-3, S-4 (специальные уровни). Основным является II уровень, с него начинают контроль.

Приемочный уровень дефектности является центральным пунктом стандарта. В таблицах стандарта содержится 14 значений AQL в диапазоне от 0,04 до 15,0.

Вид контроля. Их установлено три: нормальный, усиленный и ослабленный контроль. Нормальный контроль является основным видом контроля и применяется во всех случаях, если в нормативно-технической документации не оговорено применение другого вида контроля. Нормальный контроль ведется до тех пор, пока поставщик предъявляет на контроль партии продукции, соответствующие установленному значению приемочного уровня дефектности. Если эти условия нарушаются, то переходят к усиленному контролю.

Среднеквадратическое отклонение или метод его оценки. При контроле по количественному признаку в ряде случаев среднее квадратическое отклонение σ контролируемого параметра заранее бывает известно (например, технологический процесс стабилен) либо не известно. В первом случае используется σ – план выборочного контроля. Этот метод предусматривает наименьший

объем выборки по сравнению с другими методами и требует меньше вычислений. Если σ неизвестно, стандарт предусматривает два метода его оценки:

- по выборочному среднеквадратическому отклонению S (S – план),
- по размаху R (R – план).

S – план (или S – метод) предпочтительнее, так как требует меньшего объема выборки, чем R - план. При использовании R -метода следует иметь в виду, что чем больше объем выборки, тем меньше информации дает ее размах о значении среднеквадратического отклонения σ . При объеме выборки больше восьми единиц продукции оценивать σ по размаху не рекомендуется. В этих случаях стандарт предусматривает применение среднего размаха \bar{R} . Для определения \bar{R} выборку делят на несколько подгрупп по пяти результатам измерений в каждой подгруппе. Определяют

$$R = X_{\max} - X_{\min}; \quad \bar{R} = \frac{\sum R_i}{n}.$$

Способ контроля. Стандартом предусмотрены три способа выбора плана выборочного контроля.

Первый способ заключается в том, что вычисленное отклонение γ сравнивается со значением контрольного норматива K (K_s, K_R, K_G), который находится из таблиц стандарта.

Если $\gamma > K$ – партию принимают.

Если $\gamma < K$ или хотя бы одна из величин γ отрицательна, то партию бракуют.

Второй способ заключается в том, что по вычисленному отклонению γ и объему выборки с помощью таблиц стандарта находят оценочное значение входного уровня дефектности P . Величину P сравнивают с допускаемым уровнем дефектности M (M_s, M_R, M_G), значения которого находят из таблиц стандарта.

Если $P < M$ – партию принимают.

Если $P > M$ или хотя бы одна из величин P отрицательна, то партию бракуют.

Графический способ заключается в том, что по значениям границы контролируемого параметра, среднеарифметического значения X и среднего квадратического отклонения σ определяют точки значений $\sigma/(T_B - T_H)$ и $(X - T_H)/(T_B - T_H)$, которые затем наносят на номограмму, и по расположению этих точек принимают решение.

Рассмотрим **пример**. Допустим, что на контроль предъявлена партия из 25 термостатов. Установлено:

- уровень контроля – II;
- вид контроля – нормальный,
- $AQL = 1\%$,

- верхняя допустимая граница температуры термостата $t = 300^\circ \text{C}$,
- оценка σ по S – методу.

Найти план выборочного контроля.

Решение. По объему партии (25) и уровню контроля (II) из табл.1 стандарта ГОСТ 20736-75 находим код выборки С. Далее по коду С и $AQL = 1\%$ из табл. 6 этого же стандарта находим объем выборки $n = 4$ и $K_s = 1,45$. Проводим выборочный контроль термостатов по величине максимальной температуры. Результаты контроля следующие: $X_1 = 280^\circ \text{C}$; $X_2 = 295^\circ \text{C}$; $X_3 = 290^\circ \text{C}$; $X_4 = 283^\circ \text{C}$. Определим среднее арифметическое значение переменной X :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{280 + 295 + 290 + 283}{4} = 287^\circ \text{C}.$$

Найдем выборочное среднее квадратическое отклонение по формуле, подставляя в нее измеренные значения температур:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} = 6,8^\circ \text{C}.$$

Находим отклонение γ :

$$\gamma = \frac{t - \bar{X}}{S} = \frac{300 - 287}{6,8} = 1,91.$$

Так как $K_s < \gamma$ ($1,45 < 1,91$), то партия термостатов принимается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В пособии изложены как теоретические основы статистических методов в управлении качеством, так и методология применения статистических методов при регулировании технологических процессов и на операциях приемочного статистического контроля продукции по альтернативному и количественному признакам.

Освоение в полном объеме приведенных в пособии знаний позволяет решать задачи не только по анализу и выявлению причин дефектов, но и их предупреждению.

Система изложения теоретических основ статистических методов способствует лучшему пониманию принципов применения выборочного контроля и, по мере повышения надежности технологических процессов, позволяет приступить к сокращению производственных затрат на операции контроля путем снижения объемов выборки продукции.

Настоящее пособие позволит инженерному составу предприятий по новому взглянуть на методы статистического регулирования технологических процессов и использовать их как комплекс системных мероприятий по повышению качества продукции и процессов. Практическую значимость для машиностроительного предприятия имеют приведенные в пособии методы: анализ допусков размерных цепей; анализа точности измерений параметров, действовавших в технологическом процессе; оценка стабильности и уровня качества технологической системы; анализ и выявление причин отклонений от технической документации и методы их искоренения.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Понятие о статистических методах качества.
2. История развития статистических методов качества.
3. Основные понятия о статистической гипотезе.
4. Ошибки первого и второго рода при проверке гипотез.
5. Проверка биномиальных гипотез и критерий согласия χ^2 .
6. Основные понятия и сущность факторного анализа.
7. Дисперсионный анализ факторов.
8. Статистические методы прогнозирования и анализ временных рядов.
9. Метод подвижного среднего при анализе временных рядов.
10. Методы экспоненциального сглаживания и проецирования тренда.
11. Казуальные и качественные методы прогнозирования.
12. Понятие о корреляционном анализе.
13. Определение уравнений регрессии.
14. Определение коэффициента корреляции.
15. Основные понятия о планировании эксперимента.
16. Построение плана эксперимента.
17. Полный факторный эксперимент.
18. Взаимосвязь качества и надежности. Виды отказов.
19. Методы оценки надежности.
20. Методы резервирования технических устройств.
21. Основные меры по обеспечению надежности.
22. Задачи и средства описательной статистики (контрольные листки).
23. Графические средства описательной статистики.
24. Обеспечение точности технологических процессов.
25. Статистическое установление допуска.
26. Понятия о методах полной и неполной взаимозаменяемости.
27. Оценка точности технологической системы.
28. Оценка качества технологического процесса.
29. Виды и методы регулирования технологических процессов.

30. Контрольные карты (по количественному признаку).
31. Контрольные карты (по альтернативному признаку).
32. Анализ причин несоответствий показателей качества процессов.
33. Общие понятия о статистическом контроле качества.
34. Статистический приемочный контроль. Уровни дефектности.
35. Планы и оперативные характеристики планов выборочного контроля.
36. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку.
37. Статистический приемочный контроль по количественному признаку.

ВОПРОСЫ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

1. Определите роль и место статистических методов качества
2. Какие статистические методы относятся к методам общего назначения.
3. Сделайте краткий исторический экскурс в историю статистических методов.
4. Какое назначение теоретических основ статистических методов.
5. Что такое статистическая гипотеза.
6. Зачем нужно проверять верность статистических гипотез.
7. какие бывают ошибки при проверке статистических гипотез.
8. Что такое критическая область результатов выборки.
9. Когда применяется биномиальное распределение.
10. Как проходит проверка биномиальных гипотез.
11. Для чего нужен критерий согласия χ^2 (хи-квадрат).
12. Определите назначение и основные понятия факторного анализа.
13. В чем сущность факторного анализа.
14. Что такое дисперсионный анализ факторов.
15. Какое главное назначение статистических методов прогнозирования.
16. Объясните сущность анализа временных рядов.
17. Определите различие между методом подвижного и взвешенного среднего.
18. В чем сущность метода экспоненциального сглаживания.
19. Дайте основные понятия о методе проектирования тренда.
20. В чем различие казуального и качественного методов прогнозирования.
21. Дайте понятия о корреляционных связях.
22. Чем отличается корреляционный анализ от регрессионного анализа.
23. Как определить коэффициенты уравнения регрессии.
24. В чем сущность планирования эксперимента.
25. Нарисуйте блок-схему решения интерполяционной задачи при планировании эксперимента.
26. Как построить план эксперимента.
27. Что такое полный факторный эксперимент.
28. В чем различие между натуральным и нормированным видом реплик.
29. Назовите основные виды отказов.
30. Чем отличается качество от надежности.
31. Назовите основные характеристики надежности изделия.
32. Для чего вводится резервирование.
33. Нарисуйте схемы общего и отдельного резервирования.
34. Назовите основные меры по обеспечению надежности.
35. Нарисуйте схему дублирования с замещением основного элемента.
36. Какие задачи описательной статистики.

37. Перечислите известные вам средства описательной статистики.
38. Какие вы знаете виды контрольных листов.
39. Для чего применяются столбчатые диаграммы.
40. Что такое статистические ряды.
41. Для чего необходимо повышать точность технологических процессов.
42. Что такое допуск и для чего он придуман.
43. Что такое размерная цепь.
44. Назовите все методы взаимозаменяемости.
45. Чем отличается метод полной взаимозаменяемости от метода неполной взаимозаменяемости.
46. Как рассчитывается среднее значение допусков составляющих звеньев.
47. Чем определяется точность замыкающего звена цепи при различных законах распределения.
48. Что такое измерительный анализ технологической системы.
49. Назовите основные составляющие суммарной погрешности обработки.
50. Чем отличаются случайные и систематические погрешности.
51. Что такое гистограмма распределения.
52. Объясните связь допуска и поля рассеяния.
53. Как определяется индекс воспроизводимости и что он отражает.
54. Назовите виды статистического регулирования техпроцессов.
55. Какие вы знаете методы статистического регулирования процессов.
56. В чем сущность методов регулирования качества техпроцесса при контроле по количественному признаку.
57. Дайте понятие регулирования техпроцесса при контроле по альтернативному признаку.
58. Определите порядок статистического регулирования процесса.
59. Нарисуйте контрольную карту и объясните назначение всех линий.
60. Для чего строится диаграмма потока процессов.
61. Назовите основные принципы анализа Парето.
62. Когда и для чего применяется диаграмма Исикава.
63. Как управлять техпроцессом с помощью контрольных карт.
64. Расскажите о методах выявления причин отклонений параметра.
65. Что такое статистический контроль качества.
66. Чем отличается риск поставщика от риска потребителя при статистическом контроле продукции.
67. Что такое уровень дефектности.
68. Назовите все виды уровней дефектности.
69. Для чего применяются планы выборочного контроля.
70. Как проводится статистический приемочный контроль.

Библиографический список

1. Адлер Ю.П., Шпер В.Л. Индексы воспроизводимости процессов - краткий обзор современного состояния // Вестник машиностроения, 1994, №7, С.34-45.
2. Богатырев А.А., Филиппов Ю.Д. Стандартизация статистических методов управления качеством. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 121 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: ГИЗФМЛ, 1962. 562 с.
4. Гиссин Управление качеством продукции: Учебное пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2000. – 256 с.
5. Егоров М.Е., Дементьев В.И., Дмитриев В.Л. Технология машиностроения: Учебник для вузов. Изд-ние 2-е, доп. – М.: «Высшая школа», 1976. – 534 с.
6. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов: Учебник. – М.: Московский психолого-социальный институт, «Флинта», 2002. – 336 с.
7. Ефимов В.В. Спираль качества. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 232 с.
8. Кейн Э. Экономическая статистика и эконометрия. Введение в количественный экономический анализ. Вып.1. – М.: «Статистика», 1977. – 255 с.
9. Корсаков В.С. Основы технологии машиностроения: Учебник для вузов. – М.: «Высшая школа», 1974. – 336 с.
10. Кочинев Ю.Ю., Серебряников В.А. Техника планирования эксперимента: Учебное пособие. – Л.:ЛПИ, 1986. – 70 с.
11. Кубарев А.И. Надежность в машиностроении. – М.: Изд-во стандартов, 1977. – 264 с.
12. Лapidус В.А. Всеобщее качество (TQM) в российских компаниях / Гос. ун-т управления. Нац. фонд подготовки кадров. – М: ОАО «Типография «Новости», 2000. – 432 с.
13. Маталин А.А. Технология машиностроения: Ученик для вузов.– Л.: «Машиностроение» (Ленинг. отд-ние), 1985. – 496 с.
14. Менеджмент систем качества: Учебное пособие / М.Г.Круглов, С.К.Сергеев, А.А.Такташов и др. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 1997. – 368 с.
15. Менеджмент качества и сертификация: Учебное пособие (В 2-х т.). Т.1. / Ю.П. Адлер, В.М. Григорьев, Т.М. Полховская и др.. – М.: Изд-во МИСиС и С-Центр сертификации, 2001. – 152 с.
16. Робертсон А. Управление качеством. – М.: «Прогресс», 1974. – 254 с.
17. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: СПЦ, 1996. – 216 с.
18. Статистические методы обеспечения качества / Х.-Й. Миттаг, Х.Ринне. – М.: Машиностроение, 1995. – 615 с.
19. Статистические методы повышения качества / Под ред. Х.Кумэ. – М.: «Финансы и статистика», 1990. – 258 с.

20. Статистические методы повышения качества / Под ред. Х. Кумэ. – М.: «Финансы и статистика», 1990. – 243 с.

21. Строителев В.Н. Статистические методы – основной инструмент специалиста в области качества // Качество, инновации, образование. 2002, №1, с. 11-17.

22. Технология машиностроения: В 2-х т. Т.1. Основы технологии машиностроения: Учебник для вузов / Под ред. А.М. Дальского. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2001. – 564 с.

23. Фейгенбаум А. Контроль качества продукции. – М.: «Экономика», 1986. – 472 с.

24. Фомин В.Н. Квалиметрия. Управление качеством. Сертификация: Курс лекций. – М.: Ассоциация авторов и издателей «ТАНДЕМ». Изд-во «ЭКМОС», 2000. – 320 с.

25. Харман Г. Современный факторный анализ. – М.: «Статистика», 1972. – 312 с.

26. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. Издание 2-е. М.: «Статистика», 1997. – 200 с.

27. Шикин Е.В., Чхатаршвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. – М.: «Экономика и статистика», 2000. – 448 с.

28. Р 50-601-19-91. Рекомендации. Применение статистических методов регулирования технологических процессов. – М.: Изд-во стандартов, 1992.

29. РД 50-605-86. Методические указания по применению стандартов на статистический приемочный контроль. – М.: Изд-во стандартов, 1986.

30. ГОСТ 18242 –72. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Планы контроля.

31. ГОСТ 20736 –75. Статистический приемочный контроль по количественному признаку. Планы контроля.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение П 1

Функция $\Phi(x)$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,1	0,040	1,1	0,364	2,1	0,482
0,2	0,079	1,2	0,385	2,2	0,486
0,3	0,118	1,3	0,403	2,3	0,489
0,4	0,155	1,4	0,419	2,4	0,492
0,5	0,192	1,5	0,433	2,5	0,494
0,6	0,226	1,6	0,445	2,6	0,495
0,7	0,258	1,7	0,455	2,7	0,496
0,8	0,288	1,8	0,464	2,8	0,497
0,9	0,316	1,9	0,471	2,9	0,498
1,0	0,341	2,0	0,477	3,0	0,499

Приложение П2

$\alpha \backslash k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,01	6,8	9,2	11,3	13,3	15,1	16,8	18,5	20,1	21,7	23,2
0,05	3,8	6,0	7,8	9,5	11,1	12,6	14,1	15,6	16,9	18,3

Приложение ПЗ

Критические значения коэффициента корреляции r_{xy} Пирсона

$k = n - 2$			$k = n - 2$		
	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,75	0,87	27	0,37	0,47
6	0,71	0,83	28	0,36	0,46
7	0,67	0,80	29	0,36	0,46
8	0,63	0,77	30	0,35	0,45
9	0,60	0,74	35	0,33	0,42
10	0,58	0,71	40	0,30	0,39
11	0,55	0,68	45	0,29	0,37
12	0,53	0,66	50	0,27	0,35
13	0,51	0,64	60	0,25	0,33
14	0,50	0,62	70	0,23	0,30
15	0,48	0,61	80	0,22	0,28
16	0,47	0,59	90	0,21	0,27
17	0,46	0,58	100	0,20	0,25
18	0,44	0,56	125	0,17	0,23
19	0,43	0,55	150	0,16	0,21
20	0,42	0,54	200	0,14	0,18
21	0,41	0,53	300	0,11	0,15
22	0,40	0,52	400	0,10	0,13
23	0,40	0,51	500	0,09	0,12
24	0,39	0,50	700	0,07	0,10
25	0,38	0,49	900	0,08	0,09
26	0,37	0,48	1000	0,07	0,09

Приложение П4

Объем выборки			
	I	II	III
26-50	C	C	D
51-90	C	C	E
91-150	D	D	F
151-280	E	T	G
281-500	E	F	H
501-1200	F	G	J
1201-3200	G	H	K
3201-10000	G	J	L
10001-35000	H	K	M

Приложение П5

Код n**	n	Приёмочный уровень дефектности A Q L*													
		0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5	10	15	25	40	65	100
		Браковочное число d													
C	5					↓	1	1	↓	2	3	4	6	8	11
D	8				↓	1	↑	↓	2	3	4	6	8	11	15
E	13			↓	1	↑	↓	2	3	4	6	8	11	15	22
F	20		↓	1	↑	↓	2	3	4	6	8	11	15	22	↑
G	32	↓	1	↑	↓	2	3	4	6	8	11	15	22	↑	
H	50	1	↑	↓	2	3	4	6	8	11	15	22	↑		
J	80	↑	↓	2	3	4	6	8	11	15	22	↑	↑		
K	125	↓	2	3	4	6	8	11	15	22	↑	↑	↑		
L	200	2	3	4	6	8	11	15	22	↑	↑	↑	↑		
M	315	3	4	6	8	11	15	22	↑	↑	↑	↑	↑		

* Приёмочный уровень дефектности, превышающий значение 10, используется только для статистического регулирования с помощью контрольной карты числа дефектов (С-карты), и только в этом случае A Q L измеряется числом дефектов на 100 единиц продукции.

**Объём выборки (n).

Примечание: ↓ – используют первое значение d под стрелкой и соответственно ему выбирают объём выборки;

↑ – используют первое значение d над стрелкой и соответственно ему выбирают значение n.